

基于 CIR 模型的利率风险计量及实证 ——以我国国债市场为例

刘 湘 云

(广东商学院 金融学院, 广东 广州 510320)

[作者简介] 刘湘云(1972-), 男, 湖南衡阳人, 广东商学院金融学院副教授, 金融学博士, 主要从事金融风险管理、金融工程和公司金融研究。

[摘 要] 本文以我国国债市场为例, 利用 4 种期限类型(7 年期、8 年期、10 年期和 20 年期)的国债收益率样本数据对 CIR 模型进行实证分析得出, CIR 模型较适宜于中国当前的金融市场实际; 在实证研究中, 考虑广义矩方法(GMM)可能存在某些问题, 如效率不高。并且使用 Nowman(1997)提出的最大似然估计法(MLE)对上述利率动态模型进行估计。在此基础上, 构建了基于利率期限结构的久期模型并进行经验计算。

[关键词] 利率风险; CIR 模型; 最大似然估计

[中图分类号] F830 [文献标识码] A [文章编号] 1672-7320(2007)06-0869-05

一、文献述评

利率期限结构(interest rate term structure)是某个时点不同期限的利率所组成的一条曲线。它是资产定价和利率风险管理的基准, 也是中央银行控制短期利率变化以影响中长期利率变化的传递机制。

国外许多学者对利率期限结构模型进行了实证分析。Fernandez(2001)利用智利的数据采用非参数检验的方法对利率期限结构进行了实证分析, 所估计的模型是单因子模型, 漂移率和波动率都是利率水平的函数, 结果证实了智利期限结构具有向下趋势, 这可以用中央银行的货币政策或者市场分割理论进行解释。Karoui, German & Lacoste(2000)对 HJM 模型中所使用的状态变量选择问题进行了分析研究, 结果表明两个变量可以解释 95% 以上的利率变动, 但是对波动率则需要更多的变量。Lin & Yeh(2001)对 B-spline 估计函数估计出来的利率进行了实证分析, 结果表明两因子模型好于单因子模型; 但是考虑跳跃性的两因子模型并不能显著地优于单纯的两因子模型。但是, 它能够很好地解释期限结构以及利率衍生产品的定价。Lanne & Saikkonen(2003)通过一个混合自回归模型对利率期限结构进行了实证检验, 发现该模型可以很好地反映美国利率期限结构的波动持续和水平持续等特征。Ball & Torous(1999)对欧元利率的随机波动模型进行了实证检验并证实了利率变动中随机波动率的存在, 他们还将利率的随机波动模型结果同股票市场的随机波动率模型结果进行了比较, 比较结果表明利率的持续性更短, 因为它主要受到中央银行货币政策的影响。

国内也有不少学者对利率期限结构模型进行了实证研究, 如陈典发(2002)对 Vasicek 模型中参数

和实际市场数据的一致性进行了研究,并探讨了它在公司融资决策中的应用。谢赤和吴雄伟(2002)通过一个广义矩方法(GMM),使用中国货币市场的数据,对 Vasicek 模型和 CIR 模型进行了实证检验。邓艺颖(2003)在中国债券市场利率数据的基础上,考虑了冲击响应效应、跳跃效应、结构转换效应、随机波动效应等非线性因素,对债券市场利率期限结构模型进行了实证研究,结果发现,中国债券市场利率的变异性水平相比发达国家成熟市场而言较大,这种过度变异特征表明中国债券市场仍未形成一种健康有序的交易机制。唐齐鸣和高翔(2002)运用利率期限结构的预期理论对我国银行同业拆借市场利率的实证研究结果表明,我国同业拆借市场利率总体上符合利率期限结构中的预期理论。

综上所述,尽管国内外不少学者基于不同国家的不同市场利率数据对利率期限结构模型进行了大量的分析研究,然而这些研究工作尚存在以下不足之处:其一,大多数研究成果都是建立在某种债券市场上,而针对不同期限结构国债市场缺乏比较研究;其二,基于期限结构的利率风险计量方面研究成果很少,进一步地,收集商业银行利率敏感性资产(负债)有关数据资料对此进行实证检验的成果更少。本文在收集不同期限国债等有关数据资料的基础上,构建基于期限结构的久期模型并进行经验计算。

二、样本数据及统计描述

我国自 1981 年恢复国债发行以来,国债市场得到了迅速的发展。经过 20 多年努力,国债发行市场最大的成绩就是国债的投资价值得到广大投资者的认可,国债真正成为了信誉高、变现能力强的金边债券。本文选用的数据均来自 CCER 经济金融研究数据库,包括:7 年期债券、8 年期债券和 10 年期债券 2000 年 1 月 1 日到 2004 年 12 月 31 日的交易数据平均值,以及 20 年期债券 2001 年 1 月 1 日到 2003 年 12 月 31 日的交易数据平均值。在此期间,中国财政部、中国人民银行、中国证监会联合通知,国债净价交易从 2002 年 3 月 25 日开始实施,所以本文根据公式:

国债全价=国债净价+应计利息

$$\text{应计利息}(i)=\frac{\text{票面利率}}{365}\times\text{计息天数}$$

对 2002 年 3 月 22 日以前的国债收盘价进行调整,以得到交易净价来计算国债的到期收益率(YTM):

$$P_i=\sum_{i=1}^n\frac{C_i}{(1+YTM)^i} \quad (1)$$

这里, C_i 为国债每期的现金流(利息支付),最末还本付息时 C_n =债券面值(F)+利息支付(C), n 为交易日距到期日剩余的天数。

表 1 对计算的国债到期收益率进行了基本的统计描述。

表 1 中国国债市场收益率的统计描述

国债类型	观测值	均值	中值	标准差	最大值	最小值	偏度	峰度
7 年期	1 216	0.0 316	0.0 309	0.0 072	0.0 487	0.0 203	0.7 713	2.7 370
8 年期	1 202	0.0 309	0.0 315	0.0 049	0.0 494	0.0 207	-0.1 476	2.1 037
10 年期	1 212	0.0 301	0.0 290	0.0 053	0.0 585	0.0 105	0.0 622	2.6 820
20 年期	573	0.0 350	0.0 337	0.0 029	0.0 495	0.0 207	0.7 980	3.2 952

三、模型估计与久期计算

(一)CIR 模型

Cox, Ingersoll & Ross(1985)在一个跨期的资产市场均衡模型中对利率的期限结构模型进行了研究,并提出了 CIR 模型。具体内容为:

$$dr(t)+k(\bar{r}-r(t))dt+\sigma\sqrt{r(t)}dW(t) \quad (2)$$

CIR 模型的优点是它产生于经济中的内在经济变量和总体均衡。因此,它包含了风险回避、时间消费偏好、财富限制、导致风险补偿的因素和众多的投资选择。以下利用 4 种国债(7 年期、8 年期、10 年期和 20 年期)收益率为样本数据对 CIR 模型进行参数估计。GAUSS 是 APTECH 公司开发的一种类似于 C 或 Pascal 的编程语言,它使用矩阵作为程序执行的单位,所以它能非常灵活且容易地应用于基于矩阵的计算。因此,GAUSS 在国际上被广泛地运用于经济学、计量经济学和金融学的研究当中。尽管 GAUSS 的功能十分强大,能解决任何计量经济学模型,但由于其十分灵活和复杂,所以 GAUSS 并不容易掌握,其学习难度远高于 Eviews、RATS、TSP 等其它计量经济学软件。为解决这个问题,人们开发出了许多基于 GAUSS 自身函数和功能的模块,如 CML、GAUSSX、GPE 等。本文所有的实证结果都是在 GPE2 for GAUSS 3.2 的编程环境下完成的。

在实证研究中,考虑 GMM 可能存在某些问题,如效率不高,本文使用 Nowman(1997)提出的最大似然估计法(MLE)对上述利率动态模型进行估计。它是比较常用的一种计量经济学方法,由于本文所涉及到的模型基本上都是非线性计量经济学模型,所以这里用 MLE 来估计一般的包含非线性的计量经济学模型。

Nowman(1997)对(2)式提出了另一种离散化的形式,即

$$r_{t+1} = e^{\alpha_1} r_t = \frac{\alpha_0}{\alpha_1} (e^{\alpha_1} - 1) + \epsilon_{t+1} \quad (3)$$

$$E(\epsilon_{t+1}) = 0, \quad E(\epsilon_{t+1}^2) = \frac{\sigma^2}{2\alpha_1} (e^{2\alpha_1} - 1) r_t^{2\gamma}$$

本文使用 Manus & Watt(1999)中规定的对数似然函数来估计 CIR 模型,其函数形式如下:

$$LLF(\theta) = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^n \left[\ln[2\pi E(\epsilon_{t+1}^2)] + \frac{\epsilon_{t+1}^2}{E(\epsilon_{t+1}^2)} \right] \quad (4)$$

其中 n 为样本数目,模型参数向量 $\theta = (\alpha_0, \alpha_1, \sigma, \gamma)$, 对此函数进行最大化即可得出参数的估计值。实证结果如表 2 所示。

表 2 CIR 模型 MLE 的估计结果

期限	α_0	α_1	σ	γ	logL
7 年期	0.0 586 (4.7 725 *)	-0.0 565 (-4.7 658 *)	-0.00 175 (-21.269 *)	0.5	2 412.1
8 年期	0.0 628 (3.9 821 *)	-0.0 608 (-3.9 778 *)	-0.00 141 (-21.557 *)	0.5	2 484.0
10 年期	0.0 653 (2.4 263 *)	-0.0 635 (-2.422 *)	-0.00346 (-79.137 *)	0.5	2 082.1
20 年期	0.0 644 (2.8 823 *)	-0.0 621 (-2.8 764 *)	-0.00 067 (-17.33 *)	0.5	1 412.3

注:括号中的数值表示 t 检验值,*表示显著水平为 5%。

(二)基于 CIR 模型的久期计算

Cox, Ingersoll & Ross(1985)假设连续名义即时利率服从一个一阶自回归过程:

$$dr = \beta(\mu - r)dt + \sigma\sqrt{r}dz \quad (5)$$

这里,连续漂移项 $\beta(\mu - r)$ 允许利率按照速度 β 返回到长期利率均值 μ ; 连续方差 $\sigma^2 r$ 衡量了利率变化与均值 μ 的离散程度。由此计算得出的随机久期模型为:

$$D_{CIR} = G^{-1} \left| \frac{\sum_{t=1}^T C(t)P(t)G(t)}{C(t)P(t)} \right| \quad (6)$$

这里,

$$F(t) = \left| \frac{2\gamma \exp\left(\frac{1}{2}(\gamma + \beta - \pi)\right)}{(\gamma + \beta - \pi)[\exp(\gamma t) - 1] + 2\gamma} \right|^{2\beta t / \sigma^2}$$

$$G^{-1}[x] = \frac{2}{\gamma} \coth^{-1} \left| \frac{2}{rx} + \frac{\pi - \beta}{\gamma} \right|$$

$$P(t) = F(t) \exp[-rG(t)]$$

$$G(t) = \frac{2}{[\beta - \pi + \gamma \coth(\gamma t / 2)]}$$

$$\gamma = [(\beta - \pi)^2 + 2\sigma^2]^{1/2}$$

π 为流动性溢价, $C(t)$ 为 t 时期的现金流。

这样, 随机久期就取决于特定的利率过程参数以及单个的流动性偏好。如果利率水平保持不变, 则有 $P(t) = \exp(-\gamma t)$, 且 $G(t) = t$ 。

将 4 种国债有关数据代入(6)式, 随机久期结果如表 3 所示:

表 3 四种类型国债的随机久期值

类型	利率估计方程	$C(t)$	随机久期
7 年期	$dr_t = (0.0586 - 0.0565r_t)dt - 0.00175r_t^{0.5}dW_t$	0.0 307	6.02 964
8 年期	$dr_t = (0.0628 - 0.0608r_t)dt - 0.00141r_t^{0.5}dW_t$	0.0 328	6.7 176
10 年期	$dr_t = (0.0653 - 0.0635r_t)dt - 0.00346r_t^{0.5}dW_t$	0.033	8.5 217
20 年期	$dr_t = (0.0644 - 0.0621r_t)dt - 0.00067r_t^{0.5}dW_t$	0.0 383	14.1 312

四、实证结果分析

由表 3 中可以看出, 4 种期限类型(7 年期、8 年期、10 年期和 20 年期)的国债收益率的 γ 值都不显著。

对于 α_0 和 α_1 来说, CIR 模型对于 4 种期限类型的国债收益率全部显著, 由此可见, 中国的长期国债利率均值回复特性不明显。若与 Tse(1995)中的结果相比, 中国长期国债收益率的 α_1 绝对值在所有国家中属于较大的, 这表明中国的长期国债收益率若存在均值回复时, 其速度较快。

对于参数 σ , 我们发现长期国债收益率的估计值要远远高于许多发达国家, 主要原因在于: 国债回购市场是属于深沪市的一部分, 所以股票市场的资金供给直接影响国债市场, 这导致了国债市场波动性增大; 另一方面, 相对于银行同业拆借市场而言, 我国国债市场还相当不成熟, 受政策变化及其他各种消息的影响较深, 这也导致市场的波动性很大。因此, 在久期计算部分, 我们仅就 CIR 模型下如何计算 4 种期限类型国债的久期进行探讨。

[参 考 文 献]

- [1] Fernandez, V. A Nonparametric Approach to Model the Term Structure of Interest Rate: the Case of Chile[J]. International Review of Financial Analysis, 2001, (10).
- [2] Gallant, A. R. and G. Tauchen. Reprojection Partially Observed Systems With Applications to Interest Rate Diffusions[J]. Journal of the American Statistical Association, 1998, (93).
- [3] Gray, S. Modeling the Conditional Distribution of Interest Rates as a Regime-Switching Process[J]. Journal of Financial Economics, 1996, (42).
- [4] Hong, Y., H. Li and F. Zhao. Out-of-Sample Performance of Discrete-Time Spot Interest Rate Models[J]. Journal of Business and Economics Statistics, forthcoming, 2004.
- [5] Nowman, K. B. Gaussian Estimation of Single-Factor Continuous Time Models of The Term Structure of Interest Rates[J]. The Journal of Finance, 1997, (4).

- [6] Lanne, Markkili and P. Saikkonen. Modeling the US Short Term Interest Rate by Mixture Autoregressive Processes[J]. Journal of Financial Econometrics, 2003, (1).
- [7] Lin, B.H., and S.K. Yeh. Estimation for Factor Models of the Term Structure of Interest Rates with Jumps: the Case of the Taiwanese Government Bond Market[J]. Journal of International Financial Markets, Institutions and Money, 2001, (11).
- [8] Sanders, A.B. and H. Unal. On the Intertemporal Behavior of the Short-Term Rate of Interest[J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1988, (23).
- [9] Tse, Y. K. Some International Evidence on Stochastic Behavior of Interest Rate[J]. Journal of International Money and Finance, 1995, (14).
- [10] Vasicek, O. An Equilibrium Characterization of the Term Structure[J]. Journal of Financial Economics, 1977, (5).
- [11] 陈典发. 利率期限结构的一致性[J]. 系统工程, 2003, (1).
- [12] 邓艺颖. 债券债券市场利率期限结构分析及其风险管理研究[D]. 湖南大学硕士学位论文, 2003.
- [13] 林 海, 郑振龙. 中国利率期限结构: 理论及应用[M]. 北京: 中国财经出版社, 2004.
- [14] 唐齐鸣, 高 翔. 我国同业拆借市场利率期限结构的实证研究[J]. 统计研究, 2002, (5).
- [15] 谢 赤, 吴雄伟. 基于 Vasicek 模型和 CIR 模型中的中国货币市场利率行为实证分析[J]. 中国管理科学, 2002, (3).

(责任编辑 邹惠卿)

Econometric Modeling on Interest Rate Risks: Basis of CIR Model

LIU Xiangyun

(School of Finance, Guangdong College of Business, Guangzhou 510320, Guangdong, China)

Biography: LIU Xiangyun (1972-), male, Associate professor, School of Finance, Guangdong College of Business, majoring in financial risk management, finance engineering and corporation.

Abstract: The paper conducts a positive analysis about CIR model by taking four types of interest rate term structure (i. e. 7 years, 8 years, 10 years and 20 years) of our country's Treasury bond market as an example. These results are: 1. CIR model is more suitable to China's present practice; 2. MLE can be used to estimate kinds of dynamic models about interest rate, because GMM is inefficient. Then this paper sets up the Duration model on basis of four types of interest rate term structure and carries on experimental calculation.

Key words: interest rate risk; CIR model; Most Likelihood Estimation (MLE)