

逻辑圆论(一种由欧拉图导出的三段论系统)

桂 起 权

众所周知,欧拉(Euler)和文氏(Venn)利用重迭的圆图来表示类或集合,通常称为欧拉图和文氏图,这是帮助理解集合关系的一种有价值的直观工具^①。首先,欧拉用圆表示类,从而用两圆相交或否、包含或否来表示A, E, I, O 语句。其后,文氏作了改进,用一圆表示某概念S,圆以外表示 $\bar{S}$,并引进表示“存在”和“不存在”的特殊记号“+”和“-”^②。

一般逻辑书上都使用逻辑圆图(主要用欧拉图)*,大多以两圆关系为限,没有将这种思想贯彻到底。本文在对欧拉图的意义作出逻辑解释的基础上,从关于欧拉图三条公理出发,逻辑地导出十一种“三圆可能配置模式”,这就对应于三段论所许可的全部可能的格式。这就将“对逻辑作几何解释”的思想贯彻到底,并表明在某种意义上,集合论是逻辑中三段论的基础。

一、逻辑圆基本概念

首先我们对欧拉图作出逻辑解释。我们规定,每一个圆表示一个确定的概念(外延),判断被看作两圆关系。两圆相对位置具有四种基本形式:“在里”、“在外”、“含有”、“相交”(见图1)。

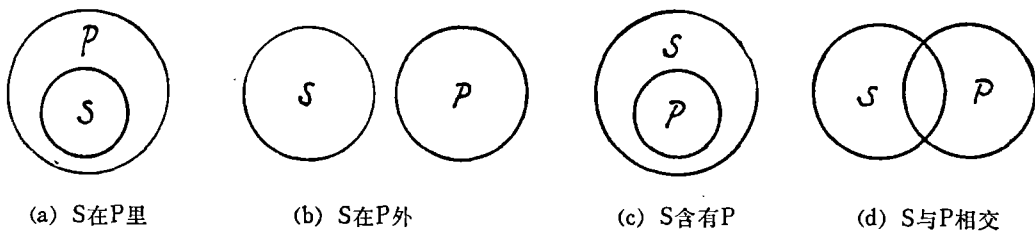


图1 两圆相对位置关系

注意,“在里”不同于“含有”,两者都是不对易的关系^③(主谓项不可交换)。然而“在外”、“相交”两者却都是可对易的关系。“同一”关系(S与P同一)可看作基本关系的特例:“在里”而且“含有”。

二 位置关系公理

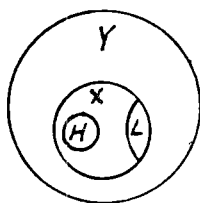
推理所涉及的是三圆关系。从逻辑圆论观点看,推理的实质即是从逻辑圆之间的已知位置关系来确定未知位置关系。这就需要有三条位置关系公理:

* 但金岳霖先生著的《逻辑》中使用文氏图。

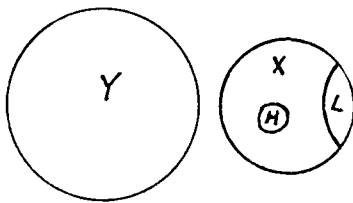
〔公理一〕 当X圆在Y圆里(即Y圆含有X圆)时,属于X圆的各部分面积(如L、H等)也在Y圆里(即Y也就含有X的部分面积L、H等)。

〔公理二〕 当X圆在Y圆之外时,属于X圆的各部分面积(L、H等)也在Y圆之外。

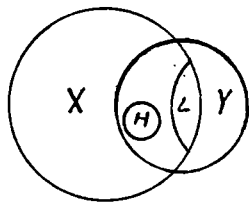
〔公理三〕 当X圆与Y圆相交,X圆与Y圆重叠的任何一部分面积(L、H等)既在X圆里又在Y圆里。



(a) 公理一



(b) 公理二



(c) 公理三

图2 公理图

三 三段论系统: 十一种可能配置

前文指出,逻辑圆论中概念即是圆,判断即是两圆关系,而推理则涉及三圆关系。两圆间未知位置关系,可由它们之中每个圆与第三圆(媒介圆)的位置关系来确定,确定的过程就是推理。换句话说,由P圆与M圆的关系(大前提),以及S圆与M圆的关系(小前提),根据公理可以确定S圆对P圆的关系(结论)。S、M、P三圆可能配置模式有十一种,分别讨论如下:

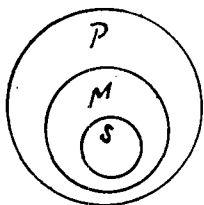


图3 定理一

〔定理一〕 当S圆在M圆里,而M圆又在P圆里时,S圆必定在P圆里(图3)。

证明:由公理一,令 $X=M$, $Y=P$, $H=S$,可得S圆在P圆里。

讨论:对应AAA式,第一格。

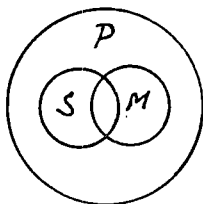


图4 定理二

〔定理二〕 当M圆在P圆里,S圆与M圆相交时,S圆的有些部分一定在P圆里(图4)。

证明:由公理一,令 $X=M$, $Y=P$, $L=\text{"S与M之交"}$,则有S圆的有些部分在P圆里。

讨论:对应AII式。由于S-M两圆间有“相交”关系,而相交关系是可对易的,所以对应两个格:第一格 $\begin{pmatrix} M \\ S \end{pmatrix} \sum \begin{pmatrix} P \\ M \end{pmatrix}$ 和第三格 $\begin{pmatrix} M \\ M \end{pmatrix} \sqsubset \begin{pmatrix} P \\ S \end{pmatrix}$ 。

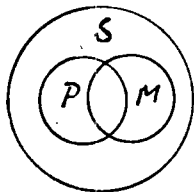


图5 定理三

〔定理三〕 当M圆与P圆相交,M圆在P圆里时,S圆有一部分面积必定在P圆里(图5)。

证明:由公理一,令 $X=S$, $Y=P$, $L=\text{"M与P之交"}$,则有S圆的有些部分必定在P圆里。

讨论:对应IAI式,注意到相交关系的可对易性可知对应两个格:

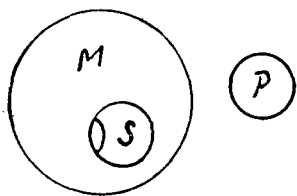


图 6 定理四

第三格 $\begin{pmatrix} M & P \\ M & S \end{pmatrix}$ 和第四格 $\begin{pmatrix} P & M \\ M & S \end{pmatrix}$ 。

〔定理四〕 当 M 圆在 P 圆外，S 圆在 M 圆里时，可以断定 S 圆在 P 圆外(图 6)。

证明：根据公理二，令 $X=M$ ， $Y=P$ ， $H=S$ ，则有 S 圆在

P 圆之外。讨论：对应 EAE 式。对应第一格 $\begin{pmatrix} M & P \\ S & M \end{pmatrix}$ 和第二

格 $\begin{pmatrix} P & M \\ S & M \end{pmatrix}$ ，因为 P-M 间在外关系可对易。

〔定理五〕 当 P 圆在 M 圆里，S 圆在 M 圆外时，可以断定 S 圆在 P 圆外(图 7)。

证明：根据公理二，令 $X=M$ ， $Y=S$ ， $H=P$ ，就有 S 圆在 P 圆外。

讨论：对应 AEE 式。对应第二格 $\begin{pmatrix} P & M \\ S & M \end{pmatrix}$ 和第四格 $\begin{pmatrix} P & M \\ M & S \end{pmatrix}$ 。

〔推论一〕 由定理四的前提，还可断定部分 S 圆在 P 圆外(图 6)。

讨论：对应 EAO 式。对应第一、二、三、四格。

〔推论二〕 由定理五的前提，还可断定部分 S 圆在 P 圆外(图 7)。

讨论：对应 AEO 式。对应第二格和第四格。

〔定理六〕 当 P 圆在 M 圆外，S 圆与 M 圆相交时，S 圆有一部分在 P 圆外(图 8)。

证明：根据公理二，令 $X=M$ ， $Y=P$ ， $L=S$ 的一部分 (S、M 之交)，则有 S 圆有些部分在 P 圆之外。

讨论：对应 EIO 式。由于“在外”、“相交”关系都可对易，因此对应第一、二、三、四格。

〔定理七〕 当 M 圆在 P 圆里，而 M 圆又在 S 圆里时，S 圆的一部分 (即 M 圆) 在 P 圆里(图 9)。

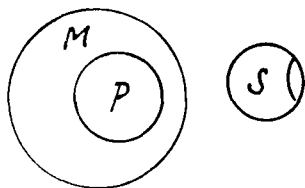


图 7 定理五

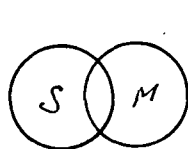


图 8 定理六

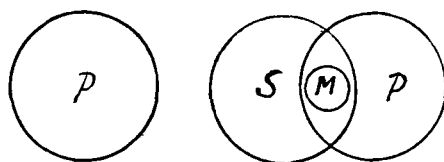


图 9 定理七

证明：根据公理三，令 $X=S$ ， $Y=P$ ， $H=M$ ，则有定理七。

讨论：对应 AAI 式。对应第三格 $\begin{pmatrix} M & P \\ M & S \end{pmatrix}$ ，由于这里用的只是部分“在里”关系，S 部分地在 M 里即 M 部分地在 S 里，有条件地可对易，因此还可对应第一、二格。

〔定理八〕 P 圆在 M 圆里，部分 S 圆在 M 圆外，此时有：部分 S 圆在 P 圆外。

证明：由公理二，令 $X=M$ ， $H=P$ ， $Y=$ 部分 S，就有定理八(图 10)。

讨论：对应 AOO 式。对应第二格 $\begin{pmatrix} P & M \\ S & M \end{pmatrix}$ 。

〔定理九〕 部分 M 圆在 P 圆外，而 M 圆在 S 圆里，此时有：部分 S 圆在 P 圆外(图 11)。

(下转第 82 页)

但是一些有觉悟的作家,仍然对未来抱有希望,对时代持反抗态度。宫本百合子虽然受到监视,却仍旧写出了不少有批判精神的短篇小说和评论;中野重治也在作品里表示了对时代的反抗;久保荣(1901—)的《火山灰地》是日本战前戏曲上的最高收获。此外一些文坛耆老在新感觉派、无产阶级文学衰落后,也发表了炉火纯青的各自的晚期代表作品。但是,一九四一年日本军国主义终于挑起了太平洋战争,于是言论思想统治进一步加强,自由的艺术创作愈益不可能,一些作品或被迫中止写作,或被禁止出版,在一片法西斯的狂叫声中日本进入了文学上的“空白”时期。

说界居于统治地位。

⑥ 井原西鹤,1642—1693,江户时代前期的现实主义作家。

⑦ 原文作《比高矮》,描写几个青春少年男女的无邪的生活和心理活动。

⑧ 深刻小说:又名悲惨小说,专事描写社会上的悲惨现状。

⑨ 观念小说:又名倾向小说,有明显的作者的倾向性,描写生活的阴暗面。

⑩ 德富苏峰,1863—1957,评论家。曾组织“民友社”创刊“国民之友”。开始为进步的平民主义者,后来转向反动,战后成了文化战犯。

⑪ 原文作《比手腕》。

⑫ 原文作《刺青》。

⑬ 幸德秋水大逆事件:1910年日本反动政府为了镇压工人运动,捏造“阴谋暗杀明治天皇”的罪名,逮捕了日本平民运动领袖幸德秋水等人,并判处幸德等十二人死刑。

⑭ 学习院:日本贵族子弟及大资本家子弟的学校。

⑮ 二·二六事件:日本法西斯军官率领士兵发动武装暴乱,杀死内相、藏相等大臣。暴乱平息后,日本成立了更加反动的法西斯化政府。

① 江户时期:日本封建后期(1603—1867)。由于政权所在地在江户(今东京都),故称江户时代。

② 戏作文学:日本江户时代兴起的一种为迎合读者庸俗趣味而创作的只供消遣的小说。

③ 原文作《西洋道中膝栗毛》。

④ 原文作《安愚乐锅》。

⑤ 砚友社:1885年由山田美妙,尾崎红叶等人组成的日本第一个文学结社。这一派一直到1904—1905年左右日本自然主义文学兴起为止,在日本小

(上接第30页)

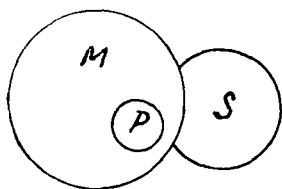


图 10 定理八

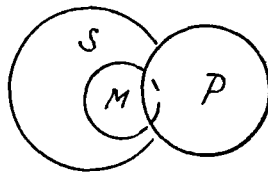


图 11 定理九

证明:由公理二,令 $X = \text{部分 } M$, $Y = P$, $H = \text{部分 } S$,就有定理九。

讨论:对应 OAO 式。对应第三格 $\begin{pmatrix} M & P \\ & S \end{pmatrix}$ 。

以上就是由有关欧拉图公理推出的三段论所许可的全部可能推理格式。

① 参看古德斯坦因:《布尔代数》,1975,中译本,第17—18页。

② 参看莫绍揆:《传统逻辑与数理逻辑》,载《逻辑学文集》。吉林1979年版,第201页。并请注意将出版的诸葛殷同《逻辑图解》。

③ 参看《罗素算理哲学》和塔尔斯基《逻辑与演绎科学方法论导论》中的“关系理论”部分。