关于运用平均发展速度作经济预测的问题

孔　繁　滋

关于运用平均发展速度作经济预测的问题，是统计预测方法之一。有些统计学中已经提到过；但是如何计算平均发展速度的问题，却存在一些争论。

一般统计学中谈到时间数列（或动态数列）有环比和定基两种计算发展速度；如：时间数列：$a_0\quad a_1\quad a_2\cdots\cdots,\ a_n$。

环比发展速度：$r_1=\frac{a_1}{a_0};\quad r_2=\frac{a_2}{a_1};\quad \cdots\cdots;\quad r_n=\frac{a_n}{a_{n-1}}$.

定基发展速度：$r^{(1)}=\frac{a_1}{a_0};\quad r^{(2)}=\frac{a_2}{a_0};\quad \cdots\cdots;\quad r^{(n)}=\frac{a_n}{a_0}$.

首先，我们从环比发展速度 $r_1=\frac{a_1}{a_0};\ r_2=\frac{a_2}{a_1};\ \cdots;\ r_n=\frac{a_n}{a_{n-1}}$。来计算它们的平均发展速度。由于它们都是相对数，且居分母的数都不相同，因此不能采取加的结合⊕，直接运用算术平均数来计算，只能采取乘的结合⊗，直接运用几何平均数来计算。即：

$$\bar{r}=\sqrt[n]{r_1\cdot r_2\cdots\cdots r_n}$$

$$=\sqrt[n]{\frac{a_1}{a_0}\cdot\frac{a_2}{a_1}\cdot\cdots\frac{a_n}{a_{n-1}}}=\sqrt[n]{\frac{a_n}{a_0}}\qquad(1)$$

即水平法。按(1)式来计算平均发展速度，早在50年代初就有人提出意见：认为这样太抽象化了。只需基期水平和最末水平已确定，平均发展速度就确定了。把中间水平 $a_1,\cdots,a_{n-1}$ 统统抽象掉了，即任意让它们如何变化，也不会影响它们的平均发展速度；如果运用这样的平均发展速度来作经济预测，不是太粗略了吗？当时我很同意这种观点，并运用最小二乘法提出了另一计算公式。

这方法是：先假定一理论的平均发展速度为 r，第一期的理论的发展水平应为 a_0r 而实际发展水平为 a_1。那么理论发展水平和实际发展水平之差应为

a_0r-a_1 取其平方 $(a_0r-a_1)^2$ 同理第二期应为

a_1r-a_2 取其平方 $(a_1r-a_2)^2$ 同理………

…………………………………… 第 n 期应为

$a_{n-1}r-a_n\cdots\cdots(a_{n-1}r-a_n)^2$

设其平方和为 y 则：

$y=(a_0r-a_1)^2+(a_1r-a_2)^2+\cdots\cdots;\ +(a_{n-1}r-a_n)^2$

如果取 y 的极小值点 r，那么我们就可以认为理论水平和实际水平密切结合了。这样来

确定平均发展速度是合理的。

于是我们运用导数，求得y的极小值点：

$$r=\frac{a_0a_1+a_1a_2+\cdots\cdots;\ +a_{n-1}a_n}{a_0^2+a_1^2+\cdots\cdots;\ +a_{n-1}^2}$$

来计算平均发展速度即：

$$\bar{r}=\frac{\sum\limits_{i=0}^{n-1}a_ia_{i+1}+1}{\sum\limits_{i=0}^{n-1}a_i^2} \tag{2}$$

按（2）式计算，那么就能直接联系到各期的发展水平，同时稍加变换，即得：

$$\bar{r}=\frac{a_0^2r_1+a_1^2r_2+\cdots\cdots;\ +a_{n-1}^2r_n}{a_0^2+a_1^2+\cdots\cdots;\ +a_{n-1}^2} \tag{2$'$}$$

从(2)′式显明看出：

（2）式即是把 $r_1,r_2,\cdots\cdots,r_n$ 按其分母水平平方加权的算术平均数计算。在一般情况下，发展水平是逐期提高的(或不减的)，因此近期的权数影响较大，运用它来作经济预测也是合理的。

但是当时苏联权威统计学家，却只认为按水平法即（1）式计算平均发展速度才是合理的。

因此，我提出的公式即（2）式没有正式发表。随后把它丢了，迄今三十多年。现在我在搞经济预测工作，回忆起来，运用（2）式计算平均发展速度来作经济预测可能有好处。最近又看到1985年第4期"统计"杂志，第30页中国社会科学院研究生院数量经济系顾海兵同志所写"平均发展速度是否也可以这样计算"一文，他提出的方法和我类似，我认为也是可取的。他的方法，可以这样来叙述：和我一样先假定一理论的平均发展速度为r第一期的理论发展水平应为 a_0r，而实际发展水平为 a_1。设理论发展水平与实际发展水平之差为 σ_1 则

$a_0r-a_1=\sigma_1$

同理　$a_1r-a_2=\sigma_2$,

同理　$\cdots\cdots\cdots\cdots$

同理　$a_{n-1}r-a_n=\sigma_n$

他没有运用最小二乘法来计算，而是假定 $E(\sigma_i)=0$；即 $\sum\limits_{i=1}^{n}\sigma_i=0$,（这是经济预测中经常运用的原则）就认为理论发展水平与实际发展水平相结合了。于是：

$$(a_0r-a_1)+(a_1r-a_2)+\cdots\cdots;\ +(a_{n-1}r-a_n)=0$$

即

$$(a_0+a_1+\cdots\cdots+a_{n-1})r=a_1+a_2+\cdots\cdots;\ +a_n$$

$$\therefore\quad r=\frac{a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n}{a_0+a_1+\cdots\cdots+a_{n-1}}$$

即 $$\bar{r}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}a_i}{\sum\limits_{i=0}^{n-1}a_i} \tag{3}$$

同样，把它稍加变换一下，即得：

$$\bar{r}=\frac{a_0r_1+a_1r_2+\cdots\cdots;\quad +a_{n-1}r_n}{a_0+a_1+\cdots\cdots;\quad +a_{n-1}} \tag{3}'$$

即为把 r_1，r_2，……；r_n 按分母水平加权计算的算术平均数。与我（2）式不同之处，只是权数而已。

我认为运用平均发展速度，是可以在事物阶段同质的量变过程中，作直接后承的预测的。

所谓事物阶段同质的量变过程，是指事物的量变不引起事物发生部分质变的那样阶段同质过程。通常复杂的事物总包含有自身所固有的许多根本矛盾。这些根本矛盾规定着事物的本质；非到整个发展过程终结之日，是不会消灭的。然而在事物发展过程中，虽然根本矛盾并未消灭，但是受着外在条件变化的影响和内在矛盾斗争力量对比的结果会使一个（或某些）根本矛盾激化。并且被根本矛盾规定或影响的其它许多非根本的大小矛盾中，也许有些激化了，有些暂时地局部解决了，或者缓和了；也有些可能发生了。于是引起了部分质变，形成事物发展的各个不同阶段。

因此我们要考察事物阶段同质的量变过程，必须对具体事物和具体情况作具体分析。例如考察我国自解放以来经济发展的情况，首先要注意我党在各个时期执行正确的和不正确的路线和政策所形成各个不同阶段同质的发展过程。即使执行正确地路线，由于采取具体改革政策的步骤不同，也会形成不同的发展阶段，如我党十一届三中全会到十二届三中全会阶段，是着重从农村搞活经济发展阶段，而十二届三中全会以后则是扩大到城市经济全面发展阶段，较前阶段将有更大发展，我们应当充分认识到这点。

依据上述原则，我从1984年中国统计年鉴资料中，选取1977—1982年的实际资料，分别运用（1）—（3）公式计算平均发展速度来作1983年的预测。因为1977年—1983年应属事物阶段同质的量变过程，是可以作预测的。同时已有1983年实际资料可以验正。下面分别作了六项预测。

1. 社会总产值　　　　单位亿元　参见该年鉴p.20

年　份	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983
社会总产值	6,003	6,846	7,642	8,531	9,071	9,963	?

分别按（1），（2），（3）公式计算平均发展速度并预测83年的发展水平，按公式（1）。

$$\therefore\quad \bar{r}=\sqrt[5]{\frac{9.963}{6,003}}=1.1066$$

预测83年水平为9,963×1.1066=11025

按公式（2）

$$\bar{r}=\frac{326366646}{296364891}=1.1012$$

预测83年水平为9.963×1.1012=10971.6

按公式（3）

$$\bar{r}=\frac{42053}{38093}=1.103$$

预测83年水平为9.963×1.103=10989.2

而83年实际水平为11,052

2. 国民收入　　　　　　　　　　单位亿元　参见该年鉴p.29

年　份	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983
国民收入	2,644	3,010	3,350	3,688	3,940	4,261	?

按公式(1)

$$\bar{r}=\sqrt[5]{\frac{4261}{2644}}=1.10$$

预测83年水平为$4261\times1.10=4687.1$

按公式(2)

$$\bar{r}=\frac{61715800}{56398280}=1.09$$

预测83年水平为$4261\times1.09=4644$

按公式(3)

$$\bar{r}=\frac{18249}{16632}=1.10$$

预测83年水平为$4261\times1.10=4687.1$

而83年实际水平为4673。

3. 人口数　　　　　　　　　　单位万人　参见该年鉴p.81

年　份	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983
人口数	94,974	96,259	97,542	98,705	100,072	101,541	?

按公式(1)

$$\bar{r}=\sqrt[5]{\frac{101,541}{94,974}}=1.01$$

预测83年水平为$101,541\times1.01=102465.5$

按公式(2)

$$\bar{r}=\frac{4.8198298\times10^{16}}{4.7557379\times10^{16}}=1.01$$

预测83年水平为$101,541\times1.01=102465.5$

按公式(3)

$$\bar{r}=\frac{494119}{487552}=1.01$$

预测83年水平为$101,541\times1.01=102465.5$

而83年实际为102,495

4. 粮食　　　　　　　　　　单位：万吨　参见该年鉴p.141

年　份	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983
粮　食	28,273	30,477	33,212	32,056	32,502	35,450	?

按公式(1)

$$\bar{r}=\sqrt[5]{\frac{35,450}{28,273}}=1.05$$

预测83年水平为，35,450×1.05＝37222.5

按公式（2）

$$\bar{r}=\frac{51,32602223}{49,15214142}=1.044$$

预测83年水平为35,450×1.044＝37,009.8

按公式（3）

$$\bar{r}=\frac{163697}{156520}=1.05$$

预测83年水平为35,450×1.05…＝37222.5

而83年实际水平为38,728

5. 猪、牛、羊、肉产量　　　　单位：万吨　参见该年鉴 p.160

年　份	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983
猪、牛、羊、肉产量	780.0	856.3	1,062.4	1,205.4	1,260.9	1,350.8	?

按公式（1）

$$\bar{r}=\sqrt[5]{\frac{1,350.8}{780.0}}=1.116$$

预测83年水平为1,350.6×1.116＝1507.5

按公式（2）

$$\bar{r}=\frac{6081376.66}{5513201.42}=1.103$$

预测83年水平为1,350.8×1.103＝1483.3

按公式（3）

$$\bar{r}=\frac{5735.8}{5165}=1.110$$

预测83年水平为1,350.8×1.11＝1499.4

而83年实际为1,402.1

6. 水产品　　　　单位：万吨　参见该年鉴 p.163

年　份	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983
水产品	470	466	431	450	461	516	?

按公式（1）

$$\bar{r}=\sqrt[5]{\frac{516}{470}}=1.019$$

预测83年水平为516×1.018＝525.78

按公式（2）

$$\bar{r}=\frac{1059142}{1038838}=1.02$$

预测83年水平为516×1.62＝526.3

按公式（3）

$$\bar{r}=\frac{2324}{2278}=1.02$$

预测83年水平为516×1.02＝526.3

而83年实际为546。

从以上6项预测，按（1）、（2）、（3）公式计算结果和实际对比综合来看，运用公式(1)即水平法计算来预测，不够稳健。而按公式（2）、（3）计算来预测较稳健些。

所谓直接后承是指已知时间序列中紧接着最后水平外延的那一项看下图示

$$\underbrace{a_0, a_1\cdots\cdots; \ a_n}_{\text{已知实际资料}} \ \boxed{a_{n+1}} \ a_{n+2}, \ a_{n+3}\cdots\cdots$$

只有 a_{n+1} 项才称为直接后承的外延。

而 a_{n+2}, $a_{n+3}\cdots\cdots$则称为非直接后承的外延。

我认为运用平均发展速度来作经济预测时，以作直接后承的预测为宜，因为它有最后实际水平为依据乘理论上的平均发展速度来作预测，因而是稳健的。如果为了作较长期的预测，不得已采用非直接后承的预测，也未尝不可，不过预测的精度就较差了。

我们再从定基发展速度

$$r^{(1)}=\frac{a_1}{a_0}; \quad r^{(2)}=\frac{a_2}{a_0}; \quad \cdots\cdots; \quad r^{(n)}=\frac{a_n}{a_0}。$$

来考虑计算平均发展速度时，

设理论的平均发展速度为 $\bar{r}$，应有：

$$\bar{r}\longrightarrow\frac{a_1}{a_0}; \quad \bar{r}^2\longrightarrow\frac{a_2}{a_0}; \quad \cdots\cdots; \quad \bar{r}^n\longrightarrow\frac{a_n}{a_0};$$

如果把它综合配合相等来使理论密切结合实际的话，那么我们依据乘的结合⊗和加的结合⊕分别提出两个公式

1．按乘的结合⊗，则

$$\bar{r}\bar{r}^2\bar{r}^3\cdots\cdots\bar{r}^n=\frac{a_1}{a_0}\cdot\frac{a_2}{a_0}\cdot\frac{a_3}{a_0}\cdots\cdots\cdot\frac{a_n}{a_0}$$

即

$$\bar{r}^{(1+2+3+\cdots+n)}=\frac{a_1\cdot a_2\cdot a_3\cdots\cdots a_n}{a_0^n}$$

$$\therefore \quad \bar{r}=\sqrt[\frac{n(n+1)}{2}]{\frac{\prod_{i=1}^{n}a_i}{a_0^n}} \tag{4}$$

2．按加的结合⊕，则：

$$\bar{r}+\bar{r}^2+\bar{r}^3+\cdots\cdots+\bar{r}^n=\frac{a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n}{a_0}=\frac{\sum_{i=1}^{n}a_i}{a_0} \tag{5}$$

这就是"累计法"。以上（4）式与（5）式作预测也是可以考虑的。