最优投资决策分析

匡永祝

有了科学的规划，才能保证国民经济协调、稳定地持续发展，实现总体目标。这就需要在多种方案中，选择一个最佳的规划方案，即根据这个方案所进行的投资分配，才能保证社会平均投资净效果最大，国民收入增长最多。本文从投资与社会产品、就业率的关系分析入手，进而研究最优投资决策模型。最后给出一个简单实例。

一　投资效果分析

利用动态投入产出模型不仅可以用来对国民经济发展远景作多方案的科学预测，并将预测结果应用于制定中、长期计划。还可用来作经济分析，投资与效果，投资与就业等。

一、投资总效果

投资总效果是指每单位投资所能提供的社会总产品。

投资效果有两种表现形式：从总产出角度考虑 i 部门产品对 j 部门投资所能收到的效果称为部门间投资总效果。从总投入角度考虑到 j 部门的投资费用，单位投资所能收到的效果，称为部门投资总效果。

（一）部门间投资总效果

$$\sum_{j=1}^{n} b_{ij}\Delta x_j = I_i \quad (i=1,2,\cdots,n) \qquad (1)$$

（省去时间 t 变量，下同），b_{ij} 是第 i 部门对第 j 部门的投资系数，I_i 为第 i 部门的积累。上式表示第 i 部门的积累用于第 j 部门投资扩大再生产，增加产品 Δx_j。

假定 n 阶行列式 $D=|b_{ij}|\neq 0$，由克莱姆法则解出

ΔX_i：

$$\Delta X_i = \frac{\sum_{j=1}^{n} D_{ji}I_j}{D} = \sum_{j=1}^{n} B_{ij}I_j \quad (i=1,2,\cdots,n) \qquad (2)$$

式中 $B_{ij}=\frac{D_{ji}}{D}$　$(i,\ j=1,\ 2,\ \cdots,n)$　(3)

D_{ji} 是矩阵 $B=[b_{ij}]$ 中元素 b_{ij} 的代数余子式。

B_{ij} 的经济含义是：j 部门投资增加一个单位 i 部门产品即增加 B_{ij} 单位。则称系数 B_{ij} 为部门间投资总效果。

n 个部门间的投资总效果综合为全社会投资总效果。由(1)～(3)得全社会总产品增量 ΔX 为：

$$\Delta X = \sum_{i=1}^{n}\Delta X_i = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} B_{ij}I_j \qquad (4)$$

定义投资分配率

$$\mu_j \triangleq \frac{I_j}{I} \qquad (5)$$

即 j 部门投资占总投资 I 的比例。

又定义总产品投资率

$$\alpha \triangleq \frac{I}{X} \qquad (6)$$

即总投资占社会总产品的比例。

将(5)式和(6)式代入(4)得到：

$$\Delta X=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}B_{ij}\mu_j\alpha X$$

所以 $$\frac{\Delta X}{X}=\alpha\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}B_{ij}\mu_j \qquad (7)$$

定义 $r\triangleq\frac{\Delta X}{X}$

为社会总产品增长率

定义 $\beta\triangleq\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}B_{ij}\mu_j$

为全社会平均投资总效果，则 $r=\alpha\beta$ (8)

表示社会总产品增长率＝总产品的投资率×社会平均投资总效果。

从(8)可以得出结论：要降低投资比率必须提高投资效果，否则产品增长速度无法保证。而且在投资比率一定的条件下，投资效果提高了，产品的增长速度相应提高。

（二）部门的投资总效果

从总投入的投资费用研究投资效果的另一种表现形式。

用 $I^{(j)}$ 表示各部门投入到 j 部门的投资总和，投入 j 部门的总投资为

$$b_{1j}\Delta X_j+b_{2j}\Delta X_j+\cdots+b_{nj}\Delta X_j=I^{(j)}$$

$(j=1,2,\cdots,n)$

即 $$\Delta X_j\sum_{i=1}^{n}b_{ij}=I^{(j)}$$

定义部门的投资总效果为

$$\eta_j\triangleq\frac{\Delta X_j}{I^{(j)}}=\frac{1}{\sum_{i=1}^{n}b_{ij}} \qquad (9)$$

即投入到 j 部门的资金，每一单位投资所获得的第 j 部门产品的增量。

定义投资分配率 $V_j\triangleq\frac{I^{(j)}}{I}$ (10)

即第 j 部门的投资 $I^{(j)}$ 占总投资的比例。

由(9)、(10)以及(6)得全社会总产品增量为：$$\Delta X=\sum_{j=1}^{n}\Delta X_j=\sum_{i=1}^{n}\eta_jI^{(j)}=\sum_{j=1}^{n}\eta_jV_jI$$

$$=\sum_{j=1}^{n}\eta_jV_j\alpha X \qquad (11)$$

$$\therefore\ \frac{\Delta X}{X}=\alpha\sum_{i=1}^{n}\eta_iV_j$$

上式右边 $\sum_{i=1}^{n}\eta_iV_i$ 也表示全社会平均投资总效果，它是部门投资总效果 η_i 以部门投资分配比率 S_i 为权数的加权平均结果。

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}B_{ij}\mu_j=\sum_{i=1}^{n}\eta_iV_i$$

可见两种投资选择有着密切的联系，一种分配必然会影响到另一种分配。

二、投资净效果

我们已知道，投资总效果是单位投资所提供的社会总产品。由于总产品包括生产资料，中间产品的消耗，未必能提供最多的最终产品。投资净效果是要求单位投资提供最多的国民收入。所以研究投资净效果更有意义。

投资净效果，本来也可以分为部门间投资净效果和部门的投资净效果。我们只研究后者。

由静态投入产出模型知道，第 i 部门最终产品 Y_i 为

$$Y_i=X_i-\sum_{j=1}^{n}a_{ij}X_j\ (i=1,2,\cdots,n)$$

相应的增量为

$$\Delta Y_i=\Delta X_i-\sum_{j=1}^{n}a_{ij}\Delta X_j\quad(i=1,2,\cdots,n) \qquad (12)$$

其中 $\sum_{i=1}^{n}a_{ij}\Delta X_j$ 为第 i 部门总产品的物耗部分。

定义物耗率为 $$S_i\triangleq\frac{\sum_{i=1}^{n}a_{ij}\Delta X_j}{\Delta X_i}\quad(0<S_i<1)$$

代上式入(12)得到：

$$\Delta Y_i=(1-S_i)\Delta X_i$$
$$=(1-S_i)\eta_iI^{(i)}\ (i=1,2,\cdots,n) \qquad (13)$$

定义 $\bar{\eta}_i\triangleq\eta_i\ (1-S_i)$ (14)

为部门的投资净效果，表示投入到 i 部门去的总投资，每增加一单位投资所获得 i 部门

最终产品增量为$\eta_i(1-S_i)$。并称$(1-S_i)$为i部门的净值率。

定义 $\bar{\alpha} \triangleq \frac{I}{Y}$ (15)

为国民收入$Y=\sum_{i=1}^{n} Y_i$ (最终产品总和等于国民收入，即新增价值总和)的投资率(积累率)。

由(13)～(15)，得国民收入增量ΔY为：

$$\Delta Y=\sum_{i=1}^{n}\Delta Y_i=\sum_{i=1}^{n}\bar{\eta}_i I^{(i)}=\sum_{i=1}^{n}\bar{\eta}_i V_i I$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\bar{\eta}_i V_i \bar{\alpha} Y$$

因此 $\frac{\Delta Y}{Y}=\sum_{i=1}^{n}\bar{\eta}_i V_i \bar{\alpha}=\bar{\alpha}\sum_{i=1}^{n}\bar{\eta}_i V_i$ (16)

定义$\bar{r} \triangleq \frac{\Delta Y}{Y}$ (17)

为国民收入增长速度(或增长率)，以及定义

$$\bar{\eta} \triangleq \sum_{i=1}^{n}\bar{\eta}_i V_i \quad (18)$$

为社会平均投资净效果。

社会平均投资净效果$\sum_{i=1}^{n}\bar{\eta}_i V_i$是部门的投资净效果以投资部门分配比率$V_i$为权数，加权平均的结果。

由(16～(18)得到结果：$\bar{r}=\bar{\alpha}\bar{\eta}$ (19)

上式表明：国民收入增长速度=投资率(积累率)×投资效果(积累率包括固定资产和流动资金增加额的积累)。

当确定了国民收入的增长速度，又知道社会平均投资净效果，根据(19)式就可以算出积累率必须安排多少才能保证规划目标的实现。例如当国民收入增长速度为10%，而社会平均投资净效果为0.5元，则积累率必须安排为20%，才能保证国民收入增长目标的实现。反过来，当确定了积累率的限度，又知道社会平均投资净效果，可以通过(19)式来预测下一期国民收入增长速度。

二 经济增长与就业关系

首先，我们研究投资对就业的影响。现在我们用a_{Li}表示第i部门的劳动力支出系数：即是第i部门每生产单位货币的产品价值所必须的劳动力价值。第i部门总产品增加ΔX_i时，为了得到这个追加产品，就必须依照$a_{Li}\Delta X_i$来增加第i部门的就业。由

(2)得到第i部门就业增长为：

$$a_{Li}\Delta X_i=a_{Li}\sum_{j=1}^{n}B_{ij}I_j$$

全社会就业增长是

$$\sum_{i=1}^{n}a_{Li}\Delta X_i=\sum_{i=1}^{n}a_{Li}\sum_{j=1}^{n}B_{ij}I_j$$

$$=\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}a_{Li}B_{ij}\mu_j\alpha X \quad (20)$$

定义 $\gamma \triangleq \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}a_{Li}B_{ij}\mu_j$ (21)

为社会产品平均就业系数，即社会总产品每增加一单位所引起的就业增长数。

定义就业增长率P为：$P \triangleq \frac{\sum_{i=1}^{n}a_{Li}\Delta X_i}{\sum_{i=1}^{n}a_{Li}X_i}$ (22)

再定义 $a_L \triangleq \frac{\sum_{i=1}^{n}a_{Li}X_i}{X}$ (23)

为社会产品的平均就业强度，即每单位社会产品的就业数。

将(20)、(21)、(23)代入(22)得到：

$$P(t)=\alpha(t)\frac{\gamma(t)}{a_L(t)} \quad (24)$$

该式表明：在t年的就业增长率等于该年投资率与社会产品平均就业系数乘积对社会产品的平均就业强度之比。即：

就业增长率=投资率×平均就业系数÷平均就业强度

因此，可以得结论：要提高就业增长

率，就必须提高投资率，或者提高平均就业系数，也就是在具有高的投资系数的那些部门，进行投资。

现在，我们来比较一下就业与社会产品增长快慢问题。由(8)式所表示的社会产品增长率为

$$r(t)=\alpha(t)\cdot\beta(t)$$

这同就业增长率为(24)式，两者之比有下列结果：

$$\frac{\gamma(t)}{P(t)}=\frac{a_L(t)\beta(t)}{\gamma(t)}$$

当 $\beta(t)=\frac{\gamma(t)}{a_L(t)}$ 时，则社会产品增长率与就业增长率相等，两者同步增长。

当 $\beta(t)>\frac{\gamma(t)}{a_L(t)}$ 时，则社会产品增加比就业人数增加快。

当 $\beta(t)<\frac{\gamma(t)}{a_L(t)}$ 时，则就业增长率比社会产品增长速度快。

举例说明一下，假设在计划期内，积累率与社会产品成正比例，即 $\alpha(t)=aX(t)$，$0<\alpha<1$，则由(24)式就业增长率就是

$$P(t)=\frac{\alpha\gamma(t)}{a_L(t)}X(t) \tag{25}$$

由(7)式得到

$$\Delta X=X(t+1)-X(t)=r(t)X(t) \tag{26}$$

设计划期为m年，计划基年为 t_0，末年为 t_m，求解上述一阶差分方程，第 t_m 年的社会总产品为

$$X(t_m)=X(t_0)\prod_{t=t_0}^{t_m}[1+r(t)] \tag{27}$$

式中 $X(t_0)$ 表示基年的社会总产品，Π 是连乘积号。

如果在计划期内各年的社会总产品的增长率 $r(t)$ 都相同，即 $r(t)=r$，则

$$X(t_m)=X(t_0)(1+r)^{t_m-t_0}$$
$$=X(t_0)(1+r)^m \tag{28}$$

分别代(27)、(28)式入(25)式

得到计划期内就业增长率与社会产品增长率的关系：

$$P(t_m)=\frac{\alpha\gamma(t_m)}{a_L(t_m)}X(t_0)\prod_{t=t_0}^{t_m}[1+r(t)];$$

$$P(t_m)=\frac{\alpha\gamma(t_m)}{a_L(t_m)}X(t_0)(1+r)^m$$

从上式可见：在一定年度 t_m 的就业增长率是与开始年度 t_0 至 t_m 年度为止的时期内的社会产品的增长成比例的。此外就业率的高低还与各部门的劳动力就业系数 $r(t)$ 及社会产品平均就业强度有密切关系。这些方面的讨论当然是与经济政策问题有联系的，故不作深入研究。

三　最优投资决策

我们已研究了投资与社会产品的增长、就业率的提高的关系。这些都涉及到投资效果问题。研究投资效果进行投资决策是一个非常重要的课题。

一、投资的约束条件

所谓投资的约束条件是指投资受客观条件的限制或必须保持一定的比例关系，使在安排投资时不论在规模上和分配上都不能无限地扩大或过分地集中。根据社会主义生产的目的和扩大再生产的要求，投资的约束条件可以有两个方面要考虑：

首先，是各部门的产品必须保证人民群众生活消费的最低限度要求。从这一点出发，就限制了投资规模不能过大，以及积累过高使消费无法得到保障，而且生活需要是多方面的。保证生活消费最低限度的需要乃是指所有生活消费品的生产都要在这个最低限度以上，不许存在有的满足，有的不满足情况。

设 $K_i(i=1,2,\cdots,n)$ 代表保证消费产品的最低限额，我们这里指的最低限额是除去积累外的最终净产品 d_i（包括居民消费、政府消费、出口等）。因此应有

$$X_i-\sum_{j=1}^{n}a_{ij}X_j-I_i\geqslant K_i\quad(i=1,2,\cdots,n) \tag{29}$$

即是　$d_i\geqslant K_i$

上式说明所有消费品(即最终净产品)应大于至少等于预先规定的K_i值。考虑到最终产品等于积累与最终净产品的和，所以

$$Y_i = I_i + d_i$$

则(29)可转化为

$$I_i \leqslant Y_i - K_i \quad (i=1,2,\cdots,n)$$

令 $G_i = Y_i - K_i$ (这些都是计划预先定好的数)则$I_i \leqslant G_i$. 即各部门的投资不能超过事先计划好的数，当然总的投资也不能超过一定限度。即

$$I = \sum_{i=1}^{n} I_i \leqslant \sum_{i=1}^{n} G_i = G$$

其次，是根据扩大再生产的要求，各部门的投资不能是负的，也就是说，不能用缩减现存生产资料的办法来保障最低限度的生活消费水平。在考虑国民经济调整时期，对某些行业的多余生产资料作必要调整，也可能减少某类现存的生产资料，因此投资也可能是负的。一般的说来，对投资不必作非负限制。

投资总额 I 与各部门的投资之间有一个分配比例问题。即：

$$\frac{I_i}{I} = \mu_i \quad (i=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$$

$$\sum_{i=1}^{n} \mu_i = 1 \quad \mu i \geqslant 0$$

所以 $Ii \leqslant Gi$，等价于

$$\mu_i I \leqslant Gi \qquad (i=1,\ 2,\ \cdots,\ n) \qquad (30)$$

我们还将上式约束条件转化为一般的及有用的形式，这种转化通过部门间投资总效果和部门的投资总效果来完成。由(4)、(5)、(10)式，有

$$\Delta X_i = \sum_{i=1}^{n} B_{ij} I_j = \eta_i I^{(i)}$$

$$\sum_{j=1}^{n} B_{ij}\mu_j I = \eta_i V_i I \qquad (i=1,2,\cdots,n)$$

因此 $\sum_{j=1}^{n} B_{ij}\mu_j = \eta_i V_i$ $(i=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$

上式是一个 n 阶线性方程组，可写成矩阵向量形式：

$$\begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & \cdots & B_{1n} \\ B_{21} & B_{22} & \cdots & B_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \\ B_{n1} & B_{n2} & \cdots & B_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \eta_1 V_1 \\ \eta_2 V_2 \\ \vdots \\ \eta_n V_n \end{pmatrix}$$

从第一节的部门间投资总效果知道上述矩阵是矩阵 $B = [b_{ij}]$ 的逆矩阵，因此解出 μ_i $(i=1,2,\cdots,n)$，得到

$$\begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & \cdots & B_{1n} \\ B_{21} & B_{22} & \cdots & B_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ B_{n1} & B_{n2} & \cdots & B_{nn} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \eta_1 V_1 \\ \eta_2 V_2 \\ \vdots \\ \eta_n V_n \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta_1 V_1 \\ \eta_2 V_2 \\ \vdots \\ \eta_n V_n \end{pmatrix}$$

即是 $\mu_i = \sum_{j=1}^{n} b_{ij}\eta_i V_j$

代上式入(30)式，约束条件化为：

$$\sum_{j=1}^{n} b_{ij}\eta_j V_j \leqslant \frac{G_i}{I} \qquad (31)$$

这个约束不等式的经济意义是：对任何 i 部门，它分配给所有 j 部门的投资产品总和不得超过某一个预定的数值G_i。或者说，所有 j 部门对于 i 部门投资产品要求的总和不得超过预定的G_i值。也可以说 i 部门分配给所有 j 部门的投资产品占总投资的份额不能超过预定数G_i占总投资的份额。

二、投资的目标函数与决策变量

从前面的讨论知道，投资的效果可以分为投资总效果和投资净效果。而投资总效果要求单位投资提供最多的社会总产品。由于总产品包括中间产品的消耗部分，所以最多的总产品未必能提供最多的最终产品。因此，总效果不能作为投资目标函数，而只能作为投资的约束条件。投资净效果所要求的是单位投资所获得的国民收入，最大的投资

效果应该创造最多的国民收入。$r=\alpha\eta$，即国民收入增长速度等于全社会的投资净效果和积累率的乘积。在一定的积累率下，社会投资净效果达最大时，国民收入也达最大值。所以投资的目标函数应为社会投资净效果。社会平均投资净效果，即：

$$\bar{\eta}=\sum_{i=1}^{n}\bar{\eta}_i V_i=\text{最大} \qquad (32)$$

其中 $V_i=\frac{I^{(i)}}{I}$，$V_i\geqslant 0$ $\sum_{i=1}^{n}V_i=1$ (33)

最大的投资净效果并不是无限制的，它既不能任意的扩大投资规模，因受投资总额的限制。也不能过分地集中于某些效果高的部门，因为受最低生活消费品保障的限制。所以求解最大投资净效果必须和前面的投资约束条件联系起来，做到保证平衡比例，各部门投资不超过一定限额之下争取最大的投资净效果。

问题是如何选择投资的决策变量？

b_{ij} 表示每增加一单位 j 部门产品所需要 i 部门的投资。

η_j 表示 j 部门的投资总效果。

$\bar{\eta}_j$ 表示 j 部门的投资净效果。

这些参数都是依据生产技术水平和客观条件事先确定了的。

G_i 是根据当前的生活水平和消费的增长需要作出的。

I 是投资总额，由 G_i 的大小加以控制。在这些方程组中唯一可以变化的，可供选择的是部门的投资比例 V_j，所以最优投资净效果就归结为投资方案的选择。V_i $(i=1,2,\cdots,n)$ 就成为最优投资的决策变量。

三、最优投资的数学模型及求解

综上所述，我们将最优投资决策问题转化为一个特殊的数学规划问题——线性规划：

1. 目标函数，社会平均投资净效果

$$\bar{\eta}=\sum_{i=1}^{n}\bar{\eta}_i V_i=\max \qquad (34)$$

2. 约束条件，i 部门分配给所有 j 部门投资

$$\sum_{j=1}^{n}b_{ij}\eta_j V_j\leqslant\frac{G_i}{I} \quad (i=1,2,\cdots,n) \qquad (35)$$

$$\sum_{i=1}^{n}V_i=1$$

3. 决策变量，部门投资比率

$$V_i\geqslant 0 \qquad (i=1,2,\cdots,n) \qquad (36)$$

其中 $\bar{\eta}_k$，η_i，b_{ij}，G_i 或 I 均是已知经济参数，将已取得的经济参数代入上述线性规划数学模型利用单纯形法求出最优解。这已有标准的计算机程序，可直接在电子数字机上实现。

现在，我们仍举一简单例子，并用图解法求解，以便对所讲的原理与方法有一个完整的具体认识。

我们只考虑两个部门的情况。假设水电部只有两个部门：电力部门（第一部门）和水利部门（第二部门）。已知当年数据如表表 1 所示：

投资数据表

表 1 单位：亿元

	净产值	净值率	最低消费品	可供投资额	预定总投资额
电力（部门 1）	2000	40%	1500	500	
水利（部门 2）	1500	80%	1100	400	
合计	3500		2600	900	800

根据统计数据确定的投资系数见表 2

投资系数表

表 2

	1 部门	2 部门
1	3.2	0.9
2	0.7	2.2

问题是如何推行投资分配，才能使水电部平均投资净效果最大、国民收入增长最多？

解：根据上面所讲的，最优投资数学模型为(34)、(35)、(36)，即是：

$$\left.\begin{aligned}&\bar{\eta}=\bar{\eta}_1V_1+\bar{\eta}_2V_2=\max\\&b_{11}\eta_1V_1+b_{12}\eta_2V_2\leqslant\frac{G_1}{I}\\&b_{21}\eta_1V_1+b_{22}\eta_2V_2\leqslant\frac{G_2}{I}\\&V_1+V_2=1\\&V_1\geqslant0,\ V_2\geqslant0\end{aligned}\right\}\qquad(37)$$

由表中已知数据有：

$G_1=500\quad G_2=400\quad I=800$

$$\begin{pmatrix}b_{11}&b_{12}\\b_{21}&b_{22}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3.2&0.9\\0.7&2.2\end{pmatrix}$$

计算下列系数：

电力投资总效果，由(9)式有

$$\eta_1=\frac{1}{\sum\limits_{i=1}^{2}b_{i1}}=\frac{1}{3.2+0.7}=0.256$$

水利投资总效果，由(9)式，有

$$\eta_2=\frac{1}{\sum\limits_{i=1}^{2}b_{i2}}=\frac{1}{0.9+2.2}=0.322$$

电力部门投资净效果，由(14)式有

$\bar{\eta}_1=0.256\times40\%=0.102$

水利部门投资净效果，由(14)式有

$\bar{\eta}_2=0.322\times80\%=0.258$

将上面数据代入(37)式，并化简得到

$$\left.\begin{aligned}&\bar{\eta}=0.102V_1+0.258V_2=\max\\&0.82V_1+0.29V_2\leqq0.625\\&0.18V_1+0.71V_2\leqq0.5\\&V_1+V_2=1\\&V_1\geqq0,\ V_2\geqq0\end{aligned}\right\}\qquad(38)$$

现在用图解法求(38)的最优解，见图1

第一步，作直角坐标系：V_1为横轴，V_2为纵轴，并标上尺度，由于$V_1\geqq0$，$V_2\geqq0$，所以只在第一限画直线。

第二步，作三条直线：

l_1：$0.82V_1+0.29V_2=0.625$

与V_1轴交于0.762，与V_2轴交于2.155。

l_2：$0.18V_1+0.71V_2=0.5$

与V_1轴交于2.777，与V_2轴交于0.704。

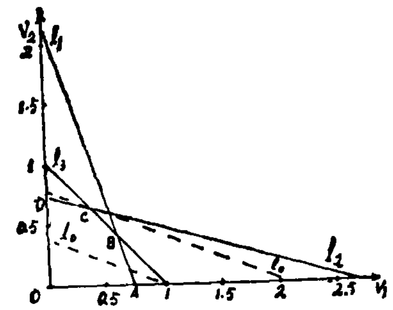

图1

l_3：$V_1+V_2=1$

与V_1轴交于1，与V_2轴交于1。

约束条件是≦，所以可行解在三条直线左下方(包括边界线)。多边形OABCD是可行解区域。

第三步，在多边形OABCD内任作一条目标函数直线L_0。以虚线表示，其斜率是$-\frac{0.102}{0.258}=-0.395$。

第四步，将目标直线L_0在多边形内平行地向右上方移动直至达到多边形最远的角点(相交点)C，C点的坐标(V_1,V_2)就是所求最优解。因为这时目标函数值最大，而又能满足所有约束条件。

为了求得准确的解，也可以解L_2与L_3两直线相交的联立方程组：

$$\begin{cases}0.18V_1+0.71V_2=0.5\\V_1+V_2=1\end{cases}$$

求得$V_1=0.4\quad V_2=0.6$

我们求得最优投资分配比例为：

$$\frac{\text{电力投资}}{\text{水利投资}}=\frac{0.4}{0.6}$$

在预定的800亿元投资总额中，电力应投资$800\times0.4=320$(亿元)；水利应投资$800\times0.6=480$(亿元)才能使得水电系统社会平均投资净效果最大，最大值为：

$$\bar{\gamma}=0.102V_1-0.258V_2=0.102\times0.4+0.258\times0.6=0.196$$

水电国民收入增长速度为：

$$\bar{\gamma}=\alpha\bar{\eta}=\frac{880}{2000+1500}\times0.196=4.43\%$$

由(17)式计算水电国民收入增长额：

$$\Delta Y = Y\bar{\gamma} = 3500 \times 4.48\% = 156.8\text{(亿元)}$$

再根据(13)式分别计算各部门的净产值和总产值增长额电力净增值：$\Delta Y_1 = (1 - S_1)\eta_1 I^{(1)} = 40\% \times 0.256 \times 320 = 32.768$(亿元)

水利净增值：$\Delta Y_2 = (1 - S_2)\eta_2 I^{(2)} = 80\% \times 0.322 \times 480 = 123.648$（亿元）

$$\text{电力净产值增长率为}\frac{\Delta Y_1}{Y_1} = \frac{32.768}{2000} = 1.64\%$$

$$\text{水利净产值增长率为}\frac{\Delta Y_2}{Y_2} = \frac{123.648}{1500} = 8.24\%$$

电力总产值增加额：

$$\Delta X_1 = \frac{\Delta Y_1}{1 - S_1} = \frac{32.768}{0.40} = 81.92\text{(亿元)}$$

水利总产值增加额：

$$\Delta X_2 = \frac{\Delta Y_2}{1 - S_2} = \frac{123.648}{0.80} = 154.56\text{(亿元)}$$

投资分配：$I_{ij} = b_{ij}\Delta X_j$

$$\begin{pmatrix} I_{11} & I_{12} \\ I_{21} & I_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta X_1 & 0 \\ 0 & \Delta X_2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 3.2 & 0.9 \\ 0.7 & 2.2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 81.92 & 0 \\ 0 & 154.56 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 3.2 \times 81.92 & 0.9 \times 154.56 \\ 0.7 \times 81.92 & 2.2 \times 154.56 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 262.14 & 139.10 \\ 57.34 & 340.03 \end{pmatrix}$$

根据上述计算结果，我们可以确定最优投资策略，制定最优投资分配表如下：

水电部门间最优投资分配表

表 3 单位：亿元

		投资分配		总投资
		1(电力)	2(水利)	
投资部门	1	262.14	139.10	401.24
	2	57.34	340.03	397.37
总投入		319.48	479.13	798.61

参考文献

〔1〕 匡永祝等.《投入产出表编制与应用实践》，国家统计出版社，1988. 2.

〔2〕 匡永祝：《宏观经济最优控制的反馈原理》，武汉大学学报(社会科学报)1985.（4）

〔3〕 匡永祝:《随机经济系统的最优预测》，武汉大学学报(自然科学报)1984.（1）

〔4〕 匡永祝:《动态投入产出与经济系统最优控制》，华中工学院学报 1986.（6）

〔5〕 Kuang YongZhu, Optinal Estimation and Control of stochastic Economic Sgstems, Intern. Confer. “Modelling & simulation” 1988. 11.