

对导致说谎者悖论的原因的逻辑分析

王 军 风

“我现在说的这句话是谎话”——这不是一句普通的陈述，而是（如果可以这么打比喻的话）蹲在那个叫作“逻辑学”的城邦路口的斯芬克司，它虽不会对从它面前路过的逻辑学家们说：你得猜出我的谜，否则我就吃掉你的体系！但它却会威胁道：你必须解开我的谜，否则也许我会要你的体系的命！要当心，我便是你所建设的那座形式逻辑大堤中的一个蚁穴，如果你不设法堵住我，或许明天一觉醒来，你却发现你的大堤连同它所保卫的人类知识王国，都已在周围混乱思维海洋的冲击之下毁于一旦，这也未可知。因此除非你把我解释清楚，否则你将十分明白你所夸夸其谈的那些确定性根本上就不确定。

两千多年过去了。逻辑学家们尽心竭力，创立了各式各样、有的十分复杂的理论，希望解开这个斯芬克司之谜，从而将他们心血融筑的形式逻辑大堤一劳永逸地从这种可怕的威胁中拯救出来。然而取得成效的只有由罗素和塔尔斯基所开创的区分语言层次的方法；不过这种方法的效果是外科手术式的，它只将说谎者悖论这个逻辑肿瘤从自然语言的机体中摘除出去了，却并没有搞清楚它的病因；况且在手术时也连带地割除了一些非常有用的其它语言机体组织，因而这种方法仍然不能令人满意。从历史上看，说谎者悖论是一切困扰逻辑学家们的悖论的老祖宗，它又是所有悖论中最纯粹的一个。罗素和庞加莱认为，正确解开说谎者悖论的方法，也一定可以解决罗素悖论。^①杨熙龄先生甚至认为，解释了它，也就解释了一切悖论。^②对此，我可没有这么大的信心，一旦我们分析出了导致说谎者悖论的原因之后，我们即可看到，它与罗素悖论之类的悖论有着重要的区别。

令逻辑学家们烦恼的困境是这样的：对于句子“我现在说的这句话是谎话”，我们应该如何断定它的真值呢？当我们断定它为真时，它即为假，当我们断定它为假时，它即为真。为了便于分析起见，我们设句子“我现在说的这句话是谎话”为A，即：

A 我现在说的这句话是谎话 (1)

按照该悖论的内容，句子A的主词“我现在说的这句话”也应为A，即

A 我现在说的这句话 (2)

将(2)式代入(1)式得 A A是假

现在问句子A为真还是为假？当A为真时，得“A是假”是真，即A是假，所以此时A为假；当A为假时，得“A是假”是假，即A是真，所以此时A应为真。即无论为真还是为假，A总是自相矛盾的，它的真值因而是无法确定的。

这下子可给了黑格尔一个抨击形式逻辑的良机，他认为真理本身就是矛盾的，它既包含真的因素，又包含有假的因素，说谎者悖论便是一个有力的证据。^③杨熙龄先生似也赞同黑格尔的这观点，他写道：“矛盾是没法消灭的，只有承认矛盾，才能相对地解决矛盾。”^④黑格尔的方法倡导认识的模糊性，^⑤这在一定意义上是他对人类认识事业的一个贡献。因为在他之前的许多哲学家们，为了获得确定性是不惜死钻牛角尖的，他们完全忽视了世界的另一方面乃是由不确定的因素所构成的。然而，逻辑(形式逻辑和数理逻辑)却反映的是世界确定性。

的这一方面，至少人们是朝着这一方向去努力的，因而在逻辑上我们应尽可能地搞得精确些才好。黑格尔开的方剂在这里无济于事。

不过这种情况的确非常奇怪，因为句子“我现在说的这句话是假话”，或

A A 是假

无论是句法还是语言成分，看上去都没有什么问题，但为什么我们一断定它的真值，它就变得自相矛盾了呢？按照罗素和塔尔斯基的方法，这是由于该句子混淆了语言层次的缘故。这种方法认为，我们应该区分开两种语言，即谈论非语言事物的语言和谈论其它语言的语言。谈论其它语言的语言的层次一定要高于被谈论的语言的层次，因此，断定某一个句子真假的句子一定要被安置在至少比被断定真假的句子高一个层次的语言中。将这道理用于说谎者悖论之类的自我涉及的句子，即可看出它们都是毫无意义的了。因为这种句子中被谈论的语言与谈论该语言的语言混同在一个层次上了。^⑥

对于这种解决方法，逻辑学家们已提出了各种责难，主要的是：其一，它太过火了，因为它不仅删去了一些烦人的句子比如句子 A，同时也删去了一些明显有意义的句子，比如“每一种语言（包括这一种）至少允许表达一个真句子”，这句话可以是假的，但并不是无意义的。^⑦其二，它是武断、不自然的，为什么每个谓词都必须属于一定的层次？为什么自然语言在平常使用时都是含义一贯的，而在说谎者悖论的情况下却陷于自相矛盾之中，以致于要解决它就非得破坏自然语言的固有结构不可呢？

这些责难都是十分正当的，我们下面找出了说谎者悖论的原因之后，就可看到罗素和塔尔斯基的解决方法完全是多余的，因为说谎者悖论实际上全然可以在自然语言和形式逻辑的范围之内得到解决。他们的方法不仅损伤面太大，更重要的是，承认了这种解决方法，也就等于承认了形式逻辑在说谎者悖论上完全失效了，但这种结果对形式逻辑是不公正的，因为正是人们违反了它的基本规律才导致说谎者悖论的。我们下面来对说谎者悖论作具体分析。

A A 是假

为了清楚起见，我们设句子 A 为 A_1 ，主词 A 为 A_2 ，但要记住 $A_1 = A_2$ ，得：

A_1 A_2 是假

由于 A_1 指称“ A_2 是假”，即 $A_1 = A_2 \text{ 是假} = > A_2$ ，即 $A_1 = > A_2$ 。至此，说谎者悖论的直接原因就被揭示出来了。既然 $A_1 = > A_2$ ，那么当 A_1 为真时， A_2 就自然为假了，正如 A_1 为假时， A_2 就自然为真一样，因为这是符合逻辑的。而按定义 $A_1 = A_2$ ，所以从 $A_1 = > A_2$ ，也就是从 $A = > A$ ，根据“邓斯——司各特定理” $> P \wedge P \rightarrow r$ ，得出自相矛盾的结论乃至任何其它结论也就没有什么奇怪的了。我们现在须弄清楚的是 $A_1 = > A_2$ 这种自相矛盾的原因何在，这是解开说谎者悖论谜底的关键。让我们来分析：

A_1 A_2 是假

显然，该陈述的谓词和句法都看不出有什么毛病，于是我们自然地想到研究主词 A_2 ， A_2 指称着什么？它指称的是“ A_2 是假”，即 $A_2 = A_2 \text{ 是假} = > A_2$ ，即 $A_2 = > A_2$ 。原来如此。我们现在立刻可以看出前面提到的 $A_1 = > A_2$ 是由于主词的自相矛盾即 $A_2 = > A_2$ 转换而来的，也就是说，因为主词 A_2 等于陈述 A_1 ，而又由于 $A_2 = > A_2$ ，所以有 $A_1 = > A_2$ ，具体到原句子上即：

A A 是假 = > A

即 A > A

既然如此，当然左边的 A 为真时，右边的 A 就为假了，正如左边的 A 为假时，右边的 A 便自然为真一样。这种自相矛盾的结果，全然是由于该句子的主词 $A = > A$ 这种自相矛盾的前提

所造成的；换言之，“我现在说的这句话是谎话”这句话的主词即“我现在说的这句话”本身就是自相矛盾的，因为它指称着自己的否定即“我现在说的这句话是谎话”。这样，我们便弄明白了原来句子“我现在说的这句话是谎话”本身就是一个自相矛盾的陈述。下面我们讨论一下造成该句子主词自相矛盾的条件。

罗素早就指出过，产生悖论的必要条件有两个：否定概念和自我涉及。否定概念在产生悖论中的作用比较明显。在逻辑上，我们肯定一个陈述就是保持其真值符号不变，因而无论对该陈述肯定多少次，我们也不会得到矛盾的结果。但要否定一个陈述，却必须颠倒它的真值符号，这样，在某些微妙的条件下，如果我们否定一个陈述即颠倒其真值符号的同时，却又肯定了它即保持其真值符号不变，或是在肯定它的同时又否定了它，我们就陷于了所谓的悖论之中了。这种微妙的条件可以说就是自我涉及，它的作用是使陈述自己谈自己，确切地说，自己否定自己。试看下面陈述的真值：

A B 是假

真 假

假 真

A 与 B 的真值虽是相反的，但并不自相矛盾，因为 A 与 B 是不同的陈述，要使它们自相矛盾，就必须使 A 与 B 合而为一，即所谓的自我涉及。可无论是否定概念还是自我涉及，都只是产生说谎者悖论的必要条件，它的充要条件则是其主词的自相矛盾即 $A = \neg A$ 。

我们既已搞清楚了“我现在说的这句话是谎话”本身就是一个自相矛盾的句子，那应该如何处置它呢？我们当然不能说它是一个假句子，因为倘若如此，那它的否定就是一个真句子了，但在逻辑上并不存在有对该句子的合法的否定，正如不存在有对它合法的肯定一样，无论我们怎样断定该句子的真值，它都是既真又假的，所以该句子根本上就是一个无意义的矛盾式，完全应该从自然语言中删除出去。不过我们删除的理由与罗素和塔尔斯基的却不一样，他们认为句子 A 混淆了语言层次，因而造成了形式逻辑对它的失控，所以应该作为无意义的句子予以删除；我们则认为，正是由于句子 A 本身违反了形式逻辑规律才自相矛盾的，所以它仍在形式逻辑的控制之中，因而理应作为无意义的句子被删去。我想我们是不会因为看到这种对大名鼎鼎的说谎者悖论的解决方法如此地简单而感到奇怪的，说到底，说谎者悖论本身就十分简单，而这正是其大名鼎鼎之所在。

现在让我们用刚才使用过的方法来分析著名的格雷林悖论，我认为它与说谎者悖论属于同一类型。形容词可以分为两类，一类形容词可以用来形容这个形容词自身，称之为“自状的”，另一类形容词则不能用来形容自身，称之为“非自状的”。现在问：“非自状的”这个形容词是属于“自状的”一类呢，还是属于“非自状的”一类？我们如果回答“非自状的”这个形容词是“自状的”，那么它就是“非自状的”；如果回答“非自状的”这个形容词是“非自状的”，那么它就是“自状的”了。⑧

由于“非自状的”实际上意味着“对自己不真”，为了简明起见，我们不妨将格雷林悖论改为：“对自己不真”这句话对自己来说真不真？我们设该句子中的“自己”为 A，按定义该句子中的“自己”指称着“对自己不真”这句话本身，因而该句子也为 A，于是我们有：

A 对 A 不真 $= \neg A$

很明显这是说谎者悖论的一个翻版，不同的只是断定真值的方式有所区别。我们不再问 A 是真还是假？而是问 $\neg A$ 对 A 是真还是假？我们如果说 $\neg A$ 对于 A 是真，那它对 A 就是假；如果说 $\neg A$ 对于 A 是假，那它对 A 就是真。然而当我们在这里问 $\neg A$ 对于 A 真不真时，实际上

便等于肯定了 $\neg A$ 与 A 的并存，这就在逻辑上预设了一个自相矛盾的前提，悖论的结果即是由而产生的。这道理用原话来说也一样，我们问“非自状的”这个形容词不符合自己？我们在这里必须将“非自状的”两重身份区分开。一种是被形容的对象，我们设其为 A ，另一种是对该对象进行形容的形容词，由于“非自状的”本义即对自己不真，因此我们应设其为 $\neg A$ ，这样我们便又回到了 $\neg A$ 对于 A 真不真的悖论上去了。根据前面的分析，我们已经知道这种悖论的结果完全是由 $A = \neg A$ 或预设 A 和 $\neg A$ 可以并存这种自相矛盾的前提造成的。我想凡是同类型的悖论都可用这种方法来解决。

回过头来再讨论一下塔尔斯基，因为他创立其区分语言层次理论的出发点正是他所碰到的一个另一种类型的说谎者悖论，这是饶有趣味的。塔尔斯基根据Lakasiewicz，转述了这个悖论的内容：

我们使用 C 作为“本书第158行句子”的缩写，而该句子的内容恰是“ C 是假句子”。根据形式逻辑真句子的标准，我们于是有：“ C 不是一个真句子”是真的当且仅当 C 不是一个真句子，但“ C 不是一个真句子”恰好即是 C ，所以我们此时便有： C 是一个真句子当且仅当 C 不是一个真句子，可这是自相矛盾的。由此，塔尔斯基得出结论：我们只有区分开语言层次，才可在自然语言中避免这类悖论。^⑥不过根据前面的经验，我们一眼就可看出塔尔斯基所遇到的悖论困境，是由他先前所设定的“ $C = C$ 是一个假句子”这个自相矛盾的前提所造成的，而并非混淆了语言层次之所致。其实，象说谎者悖论这类陈述，在人们的日常语言中一般是不会出现的，即使出现了也不会表达出任何具有实际意义的信息，因为这类陈述既不指称实际存在的事实，又不指称人们想象中的事物，也不指称科学中的逻辑构造，它只谈自己，而其自己还是只谈自己，因此它的出现似乎完全与人们有意义地使用自然语言无关。当然，塔尔斯基构造其层次论的出发点在逻辑学上是站不住脚的这个事实，与他的理论在多大程度上具有真理性这点并无必然的联系。

最后谈谈罗素悖论，它的内容是：一切不属于自身的集合所组成的集合不属于自身？设该集合为 R ，那么无论 R 是属于还是不属于自身，其结果都是自相矛盾的。但是很显然，按定义 R 的逻辑性质是不确定的，只有在我们断定了 R 是或不是属于自身的时候， R 的逻辑性质才有所确定。因而按定义 R 并不自相矛盾，这就与说谎者悖论有了重要的区别，因为后者按定义就是自相矛盾的。我个人认为，一切悖论（语义或逻辑的）都是违反形式逻辑规律所造成的，至于罗素悖论的哪个部分违反了逻辑规律，这点仍不清楚。

如果我们果真没有弄错的话，保卫我们的知识王国不受混乱思维海洋冲击的形式逻辑大堤的这一段，就终于被巩固下来了，因为它之中的那个古老的蚁穴已经被一劳永逸地堵死了，而这种行为或许会给人们继续消除这座逻辑大堤中其它隐患的努力带来一些新的意义。

注释：

①②④⑧ 杨熙龄：《奇异的循环——逻辑悖论探析》辽宁人民出版社1987。第31、103、113、23页。

③ 参见黑格尔：《哲学史讲演录》第2卷，第121—123页。

⑤ 实际上，黑格尔在其逻辑学著作中是在两种基本不同的意义上使用矛盾概念的，因而完全将它们搞混了。黑格尔所使用的矛盾概念的第一种意义即传统逻辑中的矛盾概念，可称之为逻辑矛盾；第二种意义指事物内部及事物之间的结构关系，可称之为事实矛盾。黑格尔总喜欢用事实矛盾在客观世界及认识领域中的普遍存在，去推论逻辑矛盾在认识领域中也是普遍适当地存在着的，但他却劳而无功，因为这里的前提和结论之间并无必然的联系。

⑥ Kahane: Logic and Philosophy, P321, Wadsworth Publishing Company 1982.

⑦ 同上书p321。

⑧ 参见The Encyclopaedia of Philosophy, New York, 1972, Vol. 2, p230.