动态投资回收期测算新法

樊 学 林

在基建项目的投资决策过程中，正确测算投资回收期是考察项目经济上是否合理的重要依据。据美国会计师协会1967年关于基建投资决策分析的第43号研究报告反映，该协会抽查的几乎所有的公司都使用了投资回收期法对投资方案的可行性作了补充验证。所谓投资回收期是指各备选方案的全部投资金额回收所需要的时间。也可以说是该投资方案完成投产后各期净收入或净现金流量(=利润+折旧)累计起来等于该方案投资金额所需要的时间。显然，投资回收期越短，投资的经济效果越好，对投资者越有利。其计算公式为

投资回收期(年)=投资额/平均年净收入

$$T_s = K/A \tag{1}$$

式中：T_s代表静态投资回收年限，k代表一次性投资额(现值)，A代表平均年净收入。

这一方法计算出来的回收年限称静态投资回收年限。其优点是便于计算易于理解，有利于促进企业设法缩短周转期。但其最大缺陷是没有考虑货币的时间价值，夸大了净收入，虚假地缩短了实际投资回收期。若仅以此法计算的回收期为依据，则有可能使某些收益低，在项目寿命期内不能完全回收投资的方案成为可行方案而被选中。这一缺陷使其应用价值大为降低。近年，人们对此法作了若干改进，提出了考虑货币时间价值的动态投资回收期法。这种方法主要是把各年净收入按极限利率折算为现值逐年累计，然后计算回收期。即求解方程 $f(n)=k-\sum_{t=1}^{n} A_t\ (P/F,\ i,\ t)=0\cdots(2)$的正根。$t$依次取值，确定根的整数部分$n_0$，使$f(n_0)>0$，$f(n_0+1)<0$；根的小数部分可由插值法近似求得

$$|f(n_0)|/[A_{n_0+1}(P/F,\ i,\ n_0+1)]$$

式中：n代表动态投资回收年限，k代表一次性投资额(现值)，A_t代表各年净收入，i代表极限利率，$(P/F,\ i,\ t)$代表复利现值因子。

此法在回收期较长时，要逐年贴现净收入，计算繁琐，若当年收入为常量，即$A_t=A$时，上法可简为

$$k/A=\sum_{t=1}^{T_m}(P/F,\ i,\ t)=\sum_{t=1}^{T_m}1/(1+i)^t=[(1+i)^{T_m}-1]/[i\cdot(1+i)^{T_m}] \tag{3}$$

取对数，得

$$T_m=-\lg(1-k/A\cdot i)/\lg(1+i) \tag{4}$$

式中：T_m代表动态投资回收年限，余同上。

但此法要两次查用对数表，两次近似取值相除，既繁又影响精度。

综上述，前面所介绍的静态和动态投资回收年限的计算方法各有弊端，急需改进。为了适应经济改革的需要，有利于项目决策和工程技术人员现场估算匡算之方便，现笔者推出动态投资回收期测算新公式，愿能为决策者提供一轻车近路之便。

一、L系数

首先定义利率i与年金现值因子$(P/A,\ i,\ N)=[(1+i)^N-1]/[i\cdot(1+i)^N]$的乘积为复利因子变换系数，简称$L$系数。

即

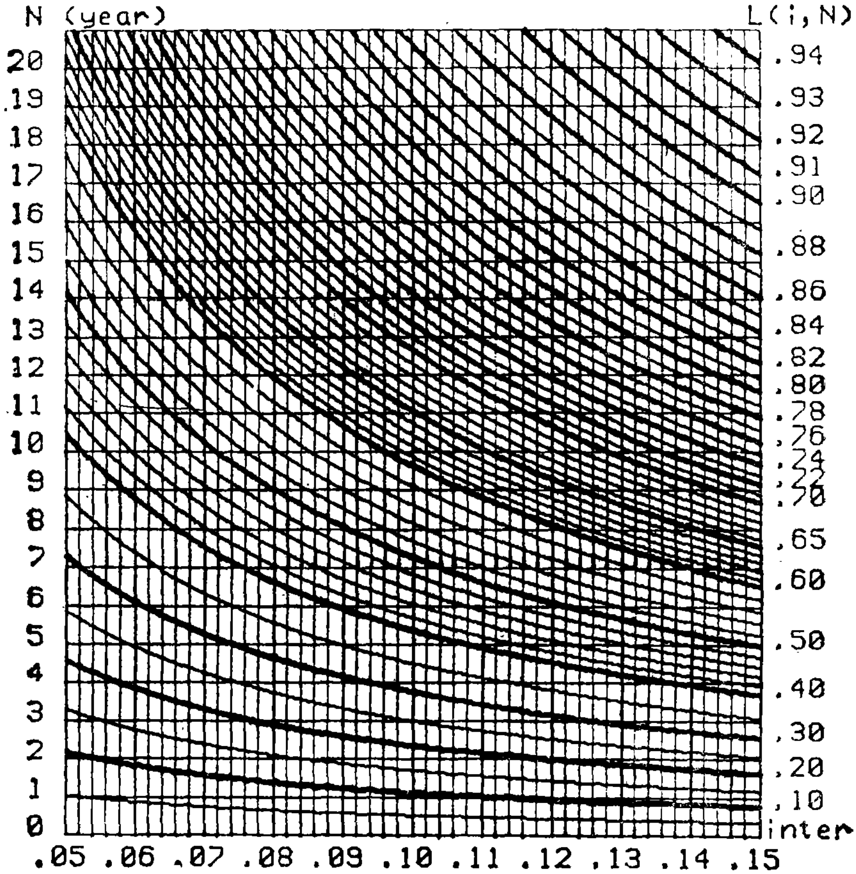
$$L(i,\ N)=i(P/A,\ i,\ N)=[(1+i)^N-1]/(1+i)^N \tag{5}$$

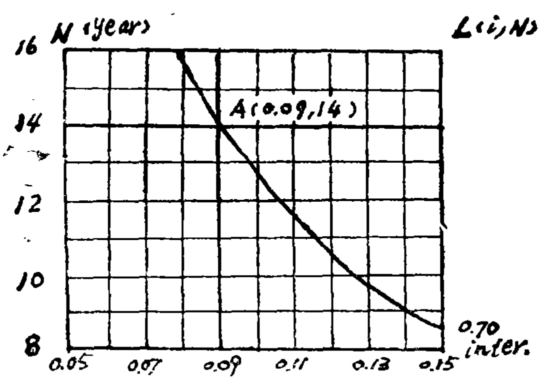
L 系数的经济意义是以利率 i 在 N 年内每年回收一元，初始应投资的金额在第一年未能获得的利息。

从 L 系数的定义出发，我们可将年金现值因子和运算方法由利率 i 的指数（或对数）函数表达式转换为 i 的算术式。即

$$(P/A,\ i,\ N)=[(1+i)^N-1]/[i\cdot(1+i)^N]=L/i \tag{6}$$

在 PC—1500 计算机上绘制复利因子变换系数 L 曲线图如下图所示：





查用 L 曲线如上图所示，若已知年利率 $i=0.09$，年值 $N=14$ 年，则点 $A(0.09,\ 14)$ 所在 L 曲线值为 0.70；若已知年利率 $i=0.09$，$L=0.70$，则直线 $i=0.09$ 与曲线 $L=0.70$ 交点 A 的纵坐标 14 即为年值 N；若已知年值 $N=14$ 年，$L=0.70$，则直线 $N=14$ 与曲线 $L=0.70$ 交点的横坐标 0.09 即为年利率 i。

L 系 数 值 表

i \ N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.050	0.0476	0.0930	0.1362	0.1773	0.2165	0.2538	0.2893	0.3232	0.3554	0.3861
0.055	0.0521	0.1015	0.1484	0.1928	0.2349	0.2748	0.3126	0.3484	0.3824	0.4146
0.060	0.0566	0.1100	0.1604	0.2079	0.2527	0.2950	0.3349	0.3726	0.4081	0.4416
0.065	0.0610	0.1183	0.1722	0.2227	0.2701	0.3147	0.3565	0.3958	0.4326	0.4673
0.070	0.0654	0.1266	0.1837	0.2371	0.2870	0.3337	0.3772	0.4180	0.4561	0.4916
0.075	0.0698	0.1347	0.1950	0.2512	0.3034	0.3520	0.3972	0.4393	0.4784	0.5148
0.080	0.0741	0.1427	0.2062	0.2650	0.3194	0.3698	0.4165	0.4597	0.4998	0.5368
0.085	0.0783	0.1505	0.2171	0.2784	0.3350	0.3871	0.4351	0.4793	0.5201	0.5577
0.090	0.0826	0.1583	0.2278	0.2916	0.3501	0.4037	0.4530	0.4981	0.5396	0.5776
0.095	0.0868	0.1660	0.2383	0.3044	0.3648	0.4199	0.4702	0.5162	0.5582	0.5965
0.100	0.0909	0.1736	0.2487	0.3170	0.3791	0.4355	0.4868	0.5335	0.5759	0.6145
0.105	0.0950	0.1810	0.2588	0.3293	0.3930	0.4507	0.5029	0.5501	0.5929	0.6316
0.110	0.0991	0.1884	0.2688	0.3413	0.4065	0.4654	0.5183	0.5661	0.6091	0.6478
0.115	0.1031	0.1956	0.2786	0.3530	0.4197	0.4796	0.5333	0.5814	0.6246	0.6633
0.120	0.1071	0.2028	0.2882	0.3645	0.4326	0.4934	0.5476	0.5961	0.6394	0.6780
0.125	0.1111	0.2099	0.2977	0.3757	0.4451	0.5067	0.5615	0.6103	0.6536	0.6921
0.130	0.1150	0.2169	0.3069	0.3867	0.4572	0.5197	0.5749	0.6238	0.6671	0.7054
0.135	0.1189	0.2237	0.3161	0.3974	0.4691	0.5322	0.5879	0.6369	0.6801	0.7181
0.140	0.1228	0.2305	0.3250	0.4079	0.4806	0.5444	0.6004	0.6494	0.6925	0.7303
0.145	0.1266	0.2372	0.3338	0.4182	0.4919	0.5562	0.6124	0.6615	0.7044	0.7418
0.150	0.1304	0.2439	0.3425	0.4282	0.5028	0.5677	0.6241	0.6731	0.7157	0.7528

i \ N	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0.050	0.4153	0.4432	0.4697	0.4949	0.5190	0.5419	0.5637	0.5845	0.6043	0.6231
0.055	0.4451	0.4740	0.5014	0.5274	0.5521	0.5754	0.5976	0.6185	0.6384	0.6573
0.060	0.4732	0.5030	0.5312	0.5577	0.5827	0.6064	0.6286	0.6497	0.6695	0.6882
0.065	0.4998	0.5303	0.5590	0.5859	0.6112	0.6349	0.6572	0.6781	0.6978	0.7162
0.070	0.5249	0.5560	0.5850	0.6122	0.6376	0.6613	0.6834	0.7041	0.7235	0.7416
0.075	0.5487	0.5801	0.6094	0.6367	0.6620	0.6856	0.7075	0.7280	0.7469	0.7646
0.080	0.5711	0.6029	0.6323	0.6595	0.6848	0.7081	0.7297	0.7498	0.7683	0.7855
0.085	0.5924	0.6243	0.6537	0.6809	0.7059	0.7289	0.7501	0.7697	0.7878	0.8044
0.090	0.6125	0.6445	0.6738	0.7008	0.7255	0.7481	0.7689	0.7880	0.8055	0.8216
0.095	0.6315	0.6635	0.6927	0.7193	0.7437	0.7659	0.7862	0.8048	0.8217	0.8372
0.100	0.6495	0.6814	0.7103	0.7367	0.7606	0.7824	0.8022	0.8201	0.8365	0.8514
0.105	0.6666	0.6982	0.7269	0.7529	0.7764	0.7976	0.8168	0.8342	0.8500	0.8642
0.110	0.6827	0.7142	0.7425	0.7680	0.7910	0.8117	0.8304	0.8472	0.8623	0.8760
0.115	0.6980	0.7292	0.7571	0.7822	0.8046	0.8248	0.8428	0.8591	0.8736	0.8866
0.120	0.7125	0.7433	0.7708	0.7954	0.8173	0.8369	0.8544	0.8700	0.8839	0.8963
0.125	0.7263	0.7567	0.7837	0.8078	0.8291	0.8481	0.8650	0.8800	0.8933	0.9052
0.130	0.7393	0.7693	0.7958	0.8193	0.8401	0.8585	0.8748	0.8892	0.9019	0.9132
0.135	0.7517	0.7812	0.8072	0.8302	0.8504	0.8682	0.8838	0.8977	0.9098	0.9206
0.140	0.7634	0.7924	0.8179	0.8403	0.8599	0.8771	0.8922	0.9054	0.9171	0.9272
0.145	0.7745	0.8031	0.8280	0.8498	0.8688	0.8854	0.8999	0.9126	0.9237	0.9333
0.150	0.7851	0.8131	0.8375	0.8587	0.8771	0.8931	0.9071	0.9192	0.9297	0.9389

由上图可以看出在已知利率 i 和年值 N 的条件下是能很快查出变换系数 L 值的。 它是由窄行打印机(18字节)绘出的图形， 已能满足工程经济分析的要求。 如财务会计上要求精度较高时，可在 80 字节宽行打印机上绘出它的曲线图或查 L 系数值表(见上表)。

如可在 L 曲线图上查得：

$$L(0.04,\ 20)=0.54 \qquad L(0.08,\ 20)=0.79$$

若从 L 系数定义出发，通过查复利因子表也可求得，

$$L(0.04,\ 20)=0.04\times(P/A,\ 0.04,\ 20)=0.04\times13.5903=0.543612\approx0.54$$

$$L(0.08,\ 20)=0.08\times(P/A,\ 0.08,\ 20)=0.08\times9.8181=0.785448\approx0.79$$

可以看出，利用 L 曲线图查 L 系数与查复利因子表求 L 系数在精确到小数点以后两位的条件下，所得 L 系数值是完全一样的。

二、年净收入相等的动态投资回收期简易测算法

由动态投资回收年限公式(3)和 L 系数的定义可知，动态投资回收年限Tm应满足

$$K/A=[(1+i)^{T_m}-1]/[i\cdot(1+i)^{T_m}]=L(i,\ T_m)/i \tag{7}$$

其中 $B/A=T_s$ 又为静态投资回收年限

故(7)式可写为：

$$T_s=L(i,\ T_m)/i \tag{8}$$

则

$$L(i,\ T_m)=iT_s \tag{9}$$

即在利率 i 下动态投资回收年限 T_m 所对应的 L系数等于利率 i 与相应静态投资回收年限 T_s 的乘积。也就是说，以利率 i 在 T_m 年内每年末回收一元初始应投资的金额在第一年末所获利息等于年均回收一元，T_s 年回收完毕初始应投资的金额在利率 i 下第一年末所获利息。于是，按(9)式求出 $L(i,\ T_m)$后，可在 $L(i,\ T_m)$ 曲线上直接查出相应的 T_m。它较前面所介绍的动态投资回收期法：

$$T_m=-\lg(1-K/A\cdot i)/\lg(1+i) \tag{4}$$

显然是大大地简化了。

例一，某公司欲拟进口一台先进设备，估计一次性投资 200 亿元，投产后可为公司每年增加净收入 25 亿元。设备使用寿命为 15 年，极限利率为 10%，试用回收期法测定该投资方案是否可行。

解：

$$T_s=K/A=200/25=8(\text{年})$$

$$L(0.10,\ T_m)=T_s\cdot i=8\times0.10=0.80$$

在复利因子变换系数 L 曲线图上查出对应于 $i=0.10$，$L=0.80$ 的 T 值为 $T_m=16.9$ 年，即 $L(0.10,\ 16.9)=0.80$。即该项目投资回收期为 16.9 年，大于设备使用寿命 15 年，故该投资方案不可取。因为在设备使用寿命期内收回的资金现值 $A(P/A,\ 0.10,\ 15)<$一次性投资额 $K=A$。$(P/A,\ 0.10,\ 16.9)$

用公式(4)验证：

$$T_m=-\lg(1-K/A\cdot i)/\lg(1+i)=-\lg(1-200/25\times0.10)/\lg(1+0.10)$$

$$=-\lg0.2/\lg1\cdot1=-(-0.69897/0.04139)\approx16.9(\text{年})$$

由上例可见，用本文介绍的引入 L 系数的动态投资回收期法与用传统的动态投资回收期法（即公式(4)）计算结果一样，但前者的计算却简便许多。

三、年净收入成等差数列的动态投资回收期简易测算法

当年净收入不等时，可利用公式(2)并结合插值法确定回收期，目前尚未发现简捷算法。但当净收入成等差数列时，可利用等差换算年金因子$(A/G,\ i,\ N)$将等差年金换算为等额年金，然后按年净收入相等的动态投资回收期简易测算法计算。其算法原理如下：设逐年净收入为 $A_t=A_1+(t-1)G$，$t=1,\ 2,\ \cdots,\ n-1,\ n$。$G$ 是可正可负的常量，其他符号意义同前。则 $\sum_{t=1}^{n}A_t(P/F,\ i,\ t)=\sum_{t=1}^{n}[A_1+(t-1)G](P/F,\ i,\ t)$等价于按年金 $A=A_1+G(A/G,\ i,\ t)$累计的现值 $A(P/A,\ i,\ t)=[A_1+G(A/G,\ i,\ t)]\ (P/A,\ i,\ ti)$，即

$$\sum_{t=1}^{n}A_t(P/F,\ i,\ t)=\sum_{t=1}^{n}[A_1+(t-1)G](P/F,\ i,\ t)$$

$$=[A_1+G(A/G,\ i,\ t)](P/A,i,t)$$

于是，动态投资回收年限 T_m 应满足

$$K=\sum_{t=1}^{T_m}A_t(P/F,i,t)=[A_1+G(A/G,i,T_m)](P/A,i,T_m)$$

附表　　某企业投资方案现金流量计算表　　单位：元

时　期	年现金流量 A_t	复利现值因子 $(P/F,\ i_t)$	年现金流量现值 P_t	未收回的投资 $f(t)$
0	−110 000	1	−110 000	−110 000
1	10 000	0.9091	9 091	−110 909
2	11 000	0.8265	9 091.5	− 91 817.5
3	12 000	0.7513	9 015.6	− 82 801.9
4	13 000	0.6830	8 879	− 73 922.9
5	14 000	0.6209	8 692.6	− 65 230.3
6	15 000	0.5645	8 467.5	− 56 762.8
7	16 000	0.5132	8 211.2	− 48 551.6
8	17 000	0.4665	7 930.5	− 40 621.1
9	18 000	0.4241	7 633.8	− 32 987.3
10	19 000	0.3856	7 326.4	− 25 660.9
11	20 000	0.3505	7 010	− 18 650.9
12	21 000	0.3186	6 690.6	− 11 960.3
13	22 000	0.2897	6 373.4	− 5 586.9
14	23 000	0.2633	6 055.9	+ 469
15	24 000	0.2394	5 745.6	
16	25 000	0.2176	5 440	
17	26 000	0.1979	5 145.4	
18	27 000	0.1799	4 857.3	

$$=[A_1+G(A/G,i,T_m)]\cdot[(1+i)^{T_m}-1]/[i\cdot(1+i)^{T_m}]$$

则　$K/[A_1+G(A/G,\ i,\ T_m)=[(1+i)^{T_m}-1]/[i\cdot(1+i)^{T_m}]=L(i,\ T_m)/i$

而　$K/[A_1+G(A/G,\ i,\ T_m)]=T_s$　即　$T_s=L(i,T_m)/i$　则　$L(i,\ T_m)=T_s\cdot i$

在复利因子变换系数 L 曲线图上可查出对应于 i 值和 L 值的 T_m 值，T_m 即为所求动态投资回收年限。其具体计算步骤如下：

1. 任取投资回收年限的两个粗略估计值 T_1、$T_2(T_1<T_2)$；

2. 分别将前 T_1、T_2 年的等差年金换算为等额年金 $A_1+G(A/G,\ i,\ T_1)$、$A_1+G(A/G,\ i,\ T_2)$；并求出相应的静态投资回收年限 $T_{s_1}=K/[A_1+G(A/G,\ i,\ T_1)]$，$T_{s_2}=K/[A_1+G(A/G,i,T_2)]$

3. 用插值法求出准确的静态投资回收年限 T_s

$$T_s=T_{s_2}+(T_{s_1}-T_{s_2})\times(A/G,i,T_2)/[(A/G,i,T_2)+(A/G,i,T_1)]$$

4. 计算 $L(i,T_m)=T_s\cdot i$，在复利因子变换系数 L 曲线图上查出对应于 i 值和 L 值的 T_m 值。

例三，某企业购进新设备，计划一次性投资 11 万元，使用期 18 年，预计投产后第一年可获净收入 1 万元，以后每年净收入递增 1 千元，极限利率为 10%。试用回收期法对此投资方案作出决策分析。

解：先用上面介绍的简易测算法计算

1. 选取投资回收年限的两个粗略估计值 T_1、$T_2(T_2>T_1)$；

因 $A_t=A_1+(t-1)G(t=1,2,\cdots,n)$ 是一递增数列，而贴现后的数列 $P_t=A_t(P/F,\ i,\ t)=A_t/(1+i)^t=[A_1+(t-1)G]/(1+i)^t(t=1,2,\cdots,n)$ 则从某项 P_j 始逐项递减，其表达式中 A_j 须满足 $A_j>G(1+i)/i$。本例 $j=3$，即从第三年起，年净收入现值逐年递减(证明附注①)，于是，按期初年净收入或接近期末的年净收入现值来估算回收期必然偏小或偏大，那么回收期的两个估计值可以这样选取：

$$T_1>K/A_1=110000/10000=11(\text{年})\quad 取\ T_1=12\ 年$$

$$T_2<K/P_{16}=110000/[A_{16}(P/F,\ 10\%,\ 15)]=110000/(24000\times 0.2394)$$

$$\approx 19.15(\text{年})\quad 取 T_2=17\ (\text{年})$$

2. 计算相应的静态投资回收年限 T_{s1} 和 T_{s_2}（附注2）；

查复利因子表得 $(A/G,\ 10\%,\ 12)=4.3884$

$(A/G,\ 10\%,\ 17)=5.8071$

$$T_{s_1}=110000/[10000+1000(A/G,\ 10\%,\ 12)]\approx 7.645\ (\text{年})$$

$$T_{s_2}=110000/[10000+1000(A/G,\ 10\%,\ 17)]\approx 6.959\ (\text{年})$$

3. 用插值法求出准确的静态投资回收年限 T_s;

$$T_s=T_{s_2}+(T_{s_1}-T_{s_2})\cdot(A/G,\ i,\ T_2)/[(A/G,\ i,\ T_2)+(A/G,\ i,\ T_1)]$$

$$=6.959+(7.645-6.959)\times 5.8071/(5.8071+4.3884)$$

$$=6.959+0.3902\approx 7.35(\text{年})$$

4. 计算 $L(i,\ T_m)=T_s\cdot i$，确定动态投资回收年限 T_m。

$$L(0.10,\ T_m)=T_s\cdot i=7.35\times 0.10=0.735$$

在复利因子变换系数 L 曲线图上查出对应于 $i=0.10$，$L=0.735$ 的 T 值为 $T_m\approx 13.9$ 年。

该投资方案的动态投资回收期 $T_m=13.9$ 年<18年，故此投资方案可行。

再用传统方法公式(2)进行计算，见附表。

由表可见，回收期在13年与14年之间，用插值法得：

$$T_m=13+|-5586.9|/(|-5586.9|+469)=13+0.9226\approx 13.9(\text{年})$$

比较以上两种方法，可见其计算结果在精确到0.1时完全相同。后一种方法计算冗长繁琐，而前一种方法就显得简捷多了。如在前法中，回收期的估计年限另作选取，结果也基本一致，或许有0.1左右的误差，这在使用插值法中在所难免，也为估计测算回收期进行工程经济分析所允许。

综上，引入 L 系数的动态投资回收期法比传统的投资回收期法大大简化了计算，是一种值得推广的投资回收期法，我们简称其为 L 系数法。

附注① 设 $A_t=A_1+(t-1)G$，$(t=1,2,\cdots,\ n)$ 是一递增数列，$G>0$，而贴现后的数列 $P_t=A_t(P/F,\ i,\ t)=A_t/(1+i)^t=[A_1+(t-1)G]/(1+i)^t(t=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$ 则从某项 P_j 始逐项递减，其中 P_j 须满足 $A_j>G(1+i)/i$

证：

$$P_{t-1}-P_t=A_{t-1}(P/F,\ i,\ t-1)-[A_1+(t-1)G]/(1+i)^t$$

$$=[A_1+(t-2)G]/(1+i)^{t-1}-[A_1+(t-1)G]/(1+i)^t$$

$$=\frac{[A_1+(t-1)G-G](1+i)}{(1+i)^t}-\frac{A_1+(t-1)G}{(1+i)^t}$$

$$=\frac{[A_1+(t-1)G]i-G(1+i)}{(1+i)^t}=\frac{A_t\cdot i-G(1+i)}{(1+i)^t}$$

当 $A_t\cdot i-G(1+i)>0$ 时 $P_{t-1}>P_t$ 成立

即 $A_t>G(1+i)/i$ 时，数列 $[P_t]$，$t=j,\ j+1,\ \cdots,\ n$ 逐项递减。

在本文例三中，$G=1000$，$i=0.10$，则

$$A_t>G(1+i)/i=1\,000(1+0.01)/0.10=A_2$$

取 $t=3$，即从第三年开始，年净收入贴现值逐年递减。

附注② 也可不查复利因子表而由 $(A/G,\ i,\ N)$ 的 L 系数表达式 $1/i-N(1/L-1)$ 求得 $T_s\approx 7.35$ 年。

（责任编辑 邹惠卿）