传统逻辑关于直言命题的预设

陈晓平

1 引　言

传统直言命题有四种形式，即：

A：所有S是P；　E：所有S不是P；　I：有S是P；　O：有S不是P。

传统直言命题推理主要有三种，即：三段论推理，换质位推理和对当关系推理。

与传统直言命题相对应，现代直言命题也有四种形式，即：

A'：$(x)(Sx\rightarrow Px)$　E'：$(x)(Sx\rightarrow\sim Px)$

I'：$(\exists x)(Sx\wedge Px)$　O'：$(\exists x)(Sx\wedge\sim Px)$

将传统直言命题推理中的A、E、I和O分别替换为A′、E′、I′或O′所得到的推理，我们称之为现代直言命题推理，现代直言命题推理属于谓词推理。

现在我们要问，传统直言命题推理和现代直言命题推理在有效性上是完全吻合的吗？回答是否定的。在此只需指出一个事实就够了，即，在传统的对当关系推理中，由A推出I和由E推出O都是有效的，但在现代谓词推理中，由A′推出I′和由E′推出O′都是无效的。

导致传统直言命题推理和现代直言命题推理在有效性上不一致的原因何在呢？不少著作和教科书都已指出，传统逻辑关于直言命题有着一些特殊的预设，而这些预设都是现代直言命题所没有的。在我们看来，这一说法虽然是正确的，但是还嫌笼统。本文将具体考察三种传统直言命题推理关于直言命题的预设，进而表明，这三种传统直言命题推理关于直言命题的预设是有所不同的。

2 三段论推理中的直言命题

一个三段论是由两个直言命题前提和一个直言命题结论组成的。传统三段论的推理规则是：

(i) 中项至少周延一次；(ii) 如果一个词项在前提中不周延，那么，在结论中也不得周延；(iii) 至少一个前提是肯定的；(iv) 如果一个前提是否定的，那么结论必须是否定的。根根这四条规则，可以得出传统三段论的24个有效形式。

我们把组成传统三段论的A、E、I和O分别替换为A′、E′、I′和O′就得到了现代三段论。既然现代三段论属于谓词推理，那么，其有效性可以由谓词逻辑规则来确定。结果表

明。只是15个现代三段论形式是有效的。而且，与这15个现代三段论的有效形式对应的传统三段论形式也都是有效的，即它们均包括在传统三段论的24个有效形式之中。不过，传统三段论还有另外9个有效形式使得与其相对应的现代三段论形式是无效的，这9个传统三段论的有效形式是：

第一格	第二格	第三格	第四格
AAI	AEO	EAO	AEO
EAO	EAO	AAI	EAO
			AAI

我们注意到，这9个传统三段论的有效形式的共同特点是，两个前提都是全称的，而结论却是特称的，而另外15个传统三段论的有效形式均无这一特点。与这9个传统三段论相对应的现代三段论为什么是无效的呢？原因就在于，现代直言命题中的全称命题 A′ 和 E′ 没有断定主项 S 所表达的事物存在（既然它们的全称量词后边是一个蕴涵式，而一个真蕴涵式的前件可以是假的），而现代直言命题的特称命题 I′ 和 O′ 则断定了主项 S 所表达的事物存在（既然它们的存在量词后边是一个合取式，而一个真合取式的左右两支必须都是真的）。我们知道，由并未断定主项存在的命题推不出断定主项存在的命题，否则结论所断定的内容将超出前提所断定的内容，从而失去演绎推理的必然性。因此，仅仅由 A′ 或 E′ 推不出 I′ 或 O′。

不难看出，为了由全称命题有效地推出特称命题，必须给 A′ 和 E′加上一个断定主项存在的项即$(\exists x)Sx$，从而将 A′ 和 E′ 变为 A″ 和 E″，即：

A″：$(x)(Sx \rightarrow Px) \wedge (\exists x)Sx$　　E″：$(x)(Sx \rightarrow \sim Px) \wedge (\exists x)Sx$

显然，在谓词逻辑中，由 A″ 可以有效地推出 I′，由 E″ 可以有效地推出 O′。一旦用 A″、E″、I′ 和 O′ 分别替换传统三段论中的 A、E、I 和 O，由此得到的“三段论”与传统三段论在有效性上完全吻合，即传统三段论的24个有效式经这样替换后都成为有效的谓词推理，传统三段论的其他无效形式经这样替换后都成为无效的谓词推理。从这个意义上讲，由 A″、E″、I′ 和 O′ 所组成的三段论正是传统三段论在现代逻辑中的表达方式。相应地 A″、E″、I′ 和 O′ 正是传统三段论中的直言命题 A、E、I 和 O 在现代逻辑中的表达方式。

由 A″、E″、I′ 和 O′ 所组成的三段论是传统三段论的现代形式，而不是现代三段论，现代三段论是由 A′、E′、I′ 和 O′ 所组成的。将传统三段论的现代形式与现代三段论作比较，我们看到，特称命题是相同的，均为 I′ 和 O′。因此我们说，传统三段论关于特称命题没有预设；而全称命题是不同的，因为 A″ 和 E″ 分别比 A′ 和 E′ 多出一个合取支“$(\exists x)Sx$”。因此我们说，传统三段论关于全称命题有预设，即：全称命题断定了主项所表示的对象是存在的，也可以说，全称命题断定了主项不是一个空词项（所谓“空词项”就是说，该词项所表示的一类事物是一个空类，亦即其中的成员都是不存在的。我们马上还要涉及“全词项”。所谓“全词项”就是说，该词项表示的事物包括了宇宙间的一切事物。）

3　换质位推理中的直言命题

换质位推理是换质法和换位法的交替使用。传统逻辑的换质法规则是：由“所有 S 是 P”可推得“所有 S 不是非 P”；由“所有 S 不是 P”可推得“所有 S 是非 P”；由“有 S 是 P”可推得“有 S 不是非 P”；由“有 S 不是 P”可推得“有 S 是非 P”。以上规则也可简写为：

$SAP \Longrightarrow SE\bar{P}$　　$SEP \Longrightarrow SA\bar{P}$　　$SIP \Longrightarrow SO\bar{P}$　　$SOP \Longrightarrow SI\bar{P}$

传统逻辑的换位规则是：由“所有 S 是 P”可推得“有 P 是 S”；由“所有 S 不是 P”可推得“所有 P 不是 S”；由“有 S 是 P”可推得“有 P 是 S”；

以上规则可以简写为：

$SAP \Longrightarrow PIS$；　　$SEP \Longrightarrow PES$；　　$SIP \Longrightarrow PIS$。

将以上换质法规则和换位法规则交替使用，可由 SAP 推得 $\bar{S}OP$，具体推演过程如下：

$SAP \Longrightarrow SE\bar{P} \Longrightarrow \bar{P}ES \Longrightarrow \bar{P}A\bar{S} \Longrightarrow \bar{S}I\bar{P} \Longrightarrow \bar{S}OP$

令人困惑的是，在以上推理中，P 在前提 SAP 中不周延，却在结论 $\bar{S}OP$ 中周延。这似乎违反了直言命题演绎推理的一条基本原则，即：在前提中不周延的项在结论中也不能周延。然而，以上推理又是严格地按照换质法和换位法的规则进行的。问题出在哪里呢？问题就出在人们常常忽略了传统换质位推理关于直言命题的预设。现在我们就来具体分析和揭示传统换质位推理关于直言命题的预设。

首先，从谓词逻辑的观点看，传统换位规则 $SAP \Longrightarrow PIS$ 中的 SAP 的现代形式不应是 A' 即：$(x)(Sx \rightarrow Px)$，而起码是 A'' 即：$(x)(Sx \rightarrow Px) \wedge (\exists x)Sx$。因为根据谓词逻辑规则，PIS 即 $(\exists x)(Px \wedge Sx)$ 不能从 A' 推出，却能从 A'' 推出。这意味着，传统换位规则 $SAP \Longrightarrow PIS$ 预设了：SAP 即 A 命题断定其主项不是一个空词项。我们把这一预设记为 M_1。

我们知道，A 命题可以由 E 命题通过换质法来得到。为了使这样得到 A 命题也满足预设 M_1，就必须再作一个预设，即 M_2：E 命题断定其主项不是一个空词项。这就是说，换质位法中的E命题不是 E' 即 $(x)(Sx \rightarrow \sim Px)$，而起码是 E'' 即 $(x)(Sx \rightarrow \sim Px) \wedge (\exists x)Sx$。总之，换位规则 $SAP \Longrightarrow PIS$ 预设了：全称直言命题断定其主项不是空词项。

其次，考虑另一条换位规则 $SEP \Longrightarrow PES$。该规则仅仅涉及E命题，作为其结论的 E 命题的主项 P 是作为其前提的 E 命题的谓项。为了使这样推出的 E 命题满足预设 M_2，就必须再增加一个预设即 M_3：SEP 即 E 命题断定其谓项不是一个空词项。M_3 和 M_2 都是关于 E命题的预设，将它们结合起来考虑，E 命题现代形式应是：

E'''：$(x)(Sx \rightarrow -Px) \wedge (\exists x)Sx \wedge (\exists x)Px$

我们知道，$SE\bar{P}$ 可以由 SAP 通过换质法得到，为了使这样得到的 E 命题也满足 M_3，就必须再作预设 M_4：A 命题断定其谓项不是一个全词项。M_4 要求 A 命题的谓项不是一个全词项，是因为 P 和 $\bar{P}$ 互为补词项，要想使 $\bar{P}$ 在 $SE\bar{P}$ 中不为空词项，就必须使 P 在 SAP 中不为全词项。M_4 和 M_1 都是关于 A 命题的预设，将它们结合起来考虑，A 命题应为：

A'''：$(x)(Sx \rightarrow Px) \wedge (\exists x)Sx \wedge (\exists x) \sim Px$

此式中的“$(\exists x) \sim Px$”断定了 P 不是一个全词项。

现在我们可以指出，根据换质位规则，从 SAP 推出 $\bar{S}OP$，并没有违反规则——在前提中不周延的项在结论中也不周延。因为以上换质位推理中的 SAP 既不是标准的现代直言命题 A'，也不是传统三段论的直言命题的现代形式 A''，而是 A'''。A''' 含有合取支“$(\exists x) \sim Px$”，意为“有事物不是 P”。这表明，在 A''' 中 P 是周延的。再从谓词逻辑来看，由 A''' 可以推出 $\bar{S}O'P$ 即 $(\exists x)(\sim Sx \wedge \sim Px)$，而由 A' 和 A'' 都不能做到这一点。

根据谓词推理规则可以证明，用 A'''、E'''、I' 和 O' 替换传统换质位推理的 A、E、I 和 O，所得推理的有效性不变，即原来的有效推理替换后仍然有效，原来的无效推理替换后仍然无效。这表明，A'''、E'''、I' 和 O' 分别是传统换质位推理的 A、E、I 和 O 的现代表达方式。A''' 和 E''' 比现代直言命题 A' 和 E' 所多出的部分即 $(\exists x)S(x) \wedge (\exists x) \sim Px$ 和 $(\exists x)Sx \wedge (\exists x)Px$，就是传统换质位推理关于全称直言命题的预设。显然，这一预设与传统三段

论关于全称直言命题的预设是有所不同的。

4 对当关系推理中的直言命题

传统逻辑中关于直言命题之间的对当关系表示为一个“逻辑方阵”(见图1)。从这个逻辑方阵中我们看到，A和E之间具有反对关系，即A和E不能同真。I和O之间具有下反对关系，即I和O不能同假。A和I之间具有差等关系，即如果A真则I真。E和O之间也具有差等关系。A和O之间具有矛盾关系，即A和O既不能同真，也不能同假。E和I之间也具有矛盾关系。

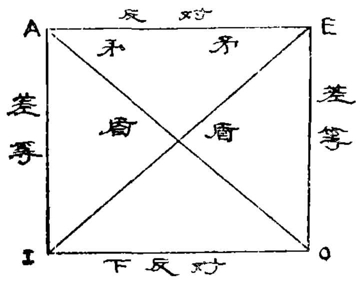

图 1

我们要问，现代直言命题是否也满足以上对当关系？为回答这一问题，我们只需考虑一种特殊情形——即直言命题的主项S是一空词项就足够了。在这种情形下，A'即$(x)(Sx\rightarrow Px)$和E'即$(x)(Sx\rightarrow\sim Px)$均为真，而$I'$即$(\exists x)(Sx\wedge Px)$和$O'$即$(\exists x)(Sx\wedge\sim Px)$均为假。这表明，现代直言命题不满足传统对当关系中的反对关系，下反对关系和差等关系，尽管现代直言命题满足矛盾关系。由此可见，传统对当关系推理中的直言命题不同于现代直言命题。

在前两节我们已经谈到，传统三段论推理预设了，全称命题断定其主项不是空词项；传统换质位推理不仅预设了全称命题断定其主项不是空词项，而且预设了A命题断定其谓项不是全词项，E命题断定其谓项不是空词项。现在我们进一步问，满足这些预设的直言命题是否满足传统的对当关系？

满足传统三段论的预设的全称命题是A''即$(x)(Sx\rightarrow Px)\wedge(\exists x)Sx$和$E''$即$(x)(Sx\rightarrow\sim Px)\wedge(\exists x)Sx$，特称命题仍然是$I'$和$O'$。当S为一空词项时，$A''$、$E''$、$I'$和$O'$均为假。这表明，$A''$和$O'$之间不满足矛盾关系，$E''$和$I'$之间也不满足矛盾关系。

满足传统换质位推理预设的全称命题是A'''即$(x)(Sx\rightarrow Px)\wedge(\exists x)Sx\wedge(\exists x)\sim Px$和$E'''$即$(x)(Sx\rightarrow\sim Px)\wedge(\exists x)Sx\wedge(\exists x)Px$，特称命题仍然是$I'$和$O'$。同样地，当S为一空词项时，$A'''$、$E'''$、$I'$和$O'$均为假。这表明，它们之间也不满足矛盾关系。

由此可见，传统三段论和传统换质位法关于直言命题的预设都不能使直言命题之间满足传统的对当关系，因此我们必须寻求另外的预设。

我们注意到，在以上分析中，我们是通过考察直言命题在主项为空词项时的真假情况来确定它们不满足传统对当关系的。这使我们想到，这种考察也许对于传统对当关系是无意义的。这就是说，传统对当关系的预设，不是“断定直言命题的主项不是空词项”，而是“规定直言命题的主项不是空词项”。这两种预设的区别在于，当直言命题的主项为空词项时，在前一预设下，直言命题虽然是假的，但却是有意义的；而在后一预设下，直言命题则是无意义的。

那么，规定直言命题的主项不为空词项，这一预设在谓词逻辑中如何表示呢？我们知道，在谓词逻辑中，论域即个体变项的变域通常是宇宙间一切个体的集合，但也可以根据需要将论域限制为某一较小的事物集合。不过，作为论域的集合不可以是一个空集合，也就是说，作为论域的集合至少有一成员存在，否则，限制论域后，谓词逻辑的推理规则将失效。如果我们将论域限制为直言命题的主项所表示的事物集合，那么谓词逻辑关于论域不得为空集合

的规定，就成为关于直言命题的主项不为空词项的规定，这恰恰是我们正打算讨论的预设。于是，我们把规定直言命题的主项不为空词项的预设表述为：以直言命题的主项S所表示的事物集合为论域。满足该预设的现代直言命题记为：

论域：$\{x:Sx\}$； A′：$(x)(Sx\rightarrow Px)$ E′：$(x)(Sx\rightarrow\sim Px)$； I′：$(\exists x)(Sx\wedge Px)$

O′：$(\exists x)(Sx\wedge\sim Px)$

接下来的问题是，相对于论域$\{x:Sx\}$的A′、E′、I′和O′满足传统对当关系吗？ 回答是肯定的。我们知道，相对于论域$\{x:Sx\}$，A′、E′、I′和O′分别逻辑等值于$(x)Px$、$(x)\sim Px$、$(\exists x)Px$和$(\exists x)\sim Px$。这四个命题显然满足传统对当关系（见图2）。因为，与这几种关系相对应的公式均为逻辑真理，即：

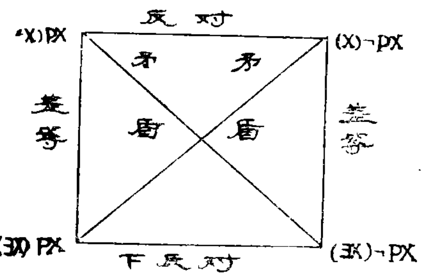

图 2

矛盾关系：$(x)Px\longleftrightarrow\sim(\exists x)\sim Px)$

$(x)\sim Px\longleftrightarrow\sim(\exists x)Px$

差等关系：$(x)Px\longrightarrow(\exists x)Px)$

$(x)\sim Px\longrightarrow(\exists x)\sim Px$

反对关系：$\sim[(x)Px\wedge(x)\sim Px]$

下反对关系：$(\exists x)Px\vee(\exists x)\sim Px$

既然相对于论域$\{x:Sx\}$的A′、E′、I′和O′完全满足传统对当关系，因此我们说，相对于论域$\{x:Sx\}$的A′、E′、I′和O′分别是传统对当关系推理的A、E、I和O的现代表达方式。

5 结 语

至此，我们以现代逻辑的观点阐明了传统逻辑关于直言命题的预设。我们看到，传统逻辑的不同推理关于直言命题的预设是有所不同的。具体地说，传统三段论关于直言命题的预设是：全称命题断定其主项不是空词项。传统换质位推理关于直言命题的预设是：全称肯定命题即A断定其主项不是空词项而谓项不是全词项， 全称否定命题即E断定其主项和谓项都不是空词项。传统对当关系推理关于直言命题的预设是：直言命题是以其主项所表示的事物集合为论域的；这个预设相当于规定直言命题的主项不可以是空词项。

以上这些预设都是相对于现代直言命题即A′、E′、I′和O′而言的．也就是说，以上预设都是现代直言命题所没有的。把以上预设分别加到现代直言命题之上，就构成我们所谓的传统直言命题的各种现代形式。传统直言命题的各种现代形式将有助于我们进一步看清各种传统直言命题推理与现代谓词推理之间的关系。