对辩证逻辑形式化的研究

张 金 成

编者按：辩证法的基本规律的表述能否形式化以及应怎样形式化？辩证逻辑能否成为严格意义上的逻辑？这是一个意义重大的问题，也是一个高度繁难争论极大的问题。本文的作者是一位没有上过大学的青年农民，他在本文中提出了一套辩证逻辑的形式系统。本刊特予以发表，并同时发表本校哲学系陈晓平、桂起权同志对此文提出的形式系统的评价和补证文章。我们希望引起学术界的关注和讨论。

迄今为止，辩证逻辑是用不精确的自然语言表述的。这种情况使许多人把辩证逻辑视为“诡辩”，不承认其为“逻辑”，严重妨碍了人们对辩证法的合理内容的理解和接受。要解决这个问题，就有必要使用精确的形式化方法，建立辩证逻辑完全形式化系统。

本文试图从分析辩证的否定开始，建立一个新的逻辑系统，以实现辩证逻辑的部分形式化。

一、公理的引入

我们来看看辩证逻辑中对否定的论述：

“辩证的否定是事物发展的环节”，“又是事物联系的环节”，“它们否定自身，又包含着对自身的某种肯定，这是一条无限发展的辩证链条”。（参看《中国大百科全书·哲学》词目“辩证的否定”）

“经过否定之否定的过程，原来的概念获得了新的发展”。（参看《中国大百科全书·哲学》词目“否定之否定规律”）

以上形式的论述在一般的有关“辩证法”、“辩证逻辑”的论述中经常出现，我们从中足以看出辩证的否定并不是通常形式逻辑中的否定概念，对这种否定进行形式化，必须彻底弄清其实质。看以下的例子：

命题A：过平面上已知直线外一点，对已知直线可引唯一平行线。（即：欧氏平行公理）

命题B：中国的首都是北京。　　命题C：光是一种粒子。

对以上命题中两种否定方式，我们将作区别：

第一种否定方式：

非A：过平面上已知直线外一点，对已知直线并非可引唯一平行线。

非 B：中国的首都不是北京。　　非 C：光不是一种粒子。

第二种否定方式：

非 A：过平面上已知直线外一点，对已知直线至少可引两条平行线。(即罗氏平行公理)

非 B：中国的首都是南京。　　非 C：光是一种电磁波。

这两种否定方式主要有以下区别：

(一) 第一种否定方式下"A"与"非 A"是两个不相容的对立成份，二者只能存在一个。第二种否定方式"A"与"非 A"只是一种差异，在不同的条件下皆成立。如以上命题的"欧氏平行公理"与"罗氏平行公理"皆可成立。同样"光具有波粒二象性"亦说明第二种否定方式下"C"与"非 C"皆可成立。

(二) 第一种否定方式相对于第二种否定方式包含了潜在的、不明确的成份；而第二种否定方式却比第一种否定方式明确具体。如："中国的首都是南京"是明确的，而"中国的首都不是北京"是不明确的。

(三) 第二种否定方式所产生的两个命题之间具有时间上、历史的联系，是更高阶段上发展的否定。如："罗氏几何"的建构历史是与"欧氏几何"密切联系的，是高阶段的发展。光的波动性与粒子性是相联系的，对光是电磁波的认识是认识的发展。而第一种否定方式不具备这一点。

(四) 第二种否定方式是一种对其它方面的肯定来进行否定的，它常用判断词"是××"，"有××"，"存在××"等，是一种肯定中的否定；而第一种否定方式是用"不是××"，"没有××"，"不存在××"等形式来进行否定，它是一种纯粹的否定。

(五) 第一种否定方式中"非非 A"与"A"等同，而第二种否定方式"非非 A"与"A"不等同，还可以存在第三种可能。也即第一种否定方式符合古典逻辑（形式逻辑）中的公理"$\neg\neg A \rightarrow A$"，第二种否定方式不满足这条公理。

在以上两种否定方式的对比中，我们可以看出，第一种否定方式恰巧是古典逻辑的否定；而第二种否定方式不满足古典逻辑系统，它是一种明晰的、具体的、肯定式的，历史发展的否定方式，这符合辩证的否定，我们把它抽象出来推广到一般情形，叫做辩证逻辑的否定。

这两种不同的否定方式到目前为止，人们还在混淆使用，这里我们为了把它们区别开来，引入一种新记号"Z"表示辩证的否定，以与古典逻辑形式系统之中的否定"$\neg$"相区别。

定义 1：由古典否定所产生的两个矛盾命题 A 与 $\neg A$，叫做古典矛盾；而由辩证否定所产生的两个矛盾命题 A 与 ZA，叫做辩证矛盾。

显然，古典矛盾就是逻辑矛盾，辩证矛盾与其有本质区别，"它们中的一方对另一方的否定，都不是单纯的否定，而是作为发展联系的环节……在逻辑矛盾中矛盾双方的关系绝对地互相排斥的，没有任何中介的联系环节"（参见《哲学大辞典·逻辑学卷》上海辞书出版社，第 120 页，词目"辩证矛盾"）。通常的逻辑矛盾是不允许的，而辩证矛盾却可以在不同条件下存在，这将在以后语义中作深入讨论。

在辩证逻辑的否定要求下，任何命题之外的新命题仍然存在。若 A 为一原命题，则 ZA 是一辩证否定新命题，而 Z (A∨ZA) 独立于 A 与 ZA 之外的另一新命题，位处第三，我们把它叫做第三建构命题，依次可得到 A 之外的建构命题是无穷的，如下列出：

"A，ZA，Z (A∨ZA)，Z [(A∨ZA) ∨Z (A∨ZA)] ……"

定义 2：以上由原命题，经过辩证否定所产生的无穷独立建构命题的形式表达式，叫做超越质变谱系（或简称"超越谱系"）。

在超越质变谱系中，反映辩证否定的多种可能性永远处于建构之中，它正是历史的无穷发展过程，也就是“无限发展的辩证链条”。

目前，逻辑学界，对辩证逻辑的基本内容还没取得共同的认识，但辩证法的三大规律：“对立统一规律”、“质变量变规律”、“否定之否定规律”在思维领域中的反映，这应该是辩证逻辑的基本内容，我认为对它们的构造应该是形式化的基础过程。另外，“质变”也就是“辩证否定”，“量变”也就是多种质变事物的积累过程，它可以通过其它两个规律在形式推演中反映出来（这将在下文讨论）；所以，我们用“对立统一规律”、“否定之否定规律”作为形式化基础。

“对立统一规律”的形式化我们如下构造，由统一的命题 A 蕴含两个对立成份 B 与 ZB，则产生 A 的对立面 ZA，这是一个环节；再 A 与 ZA 构成统一的命题 A∨ZA，这是另一个环节。若 A∨ZA 又蕴含两个对立成份 C 与 ZC，则又产生对立面 Z（A∨ZA），如此“对立统一”无穷发展可表示如下：

$$(A\to B)\to[(A\to ZB)\to ZA] \qquad \cdots\cdots(1)$$

$$(A\vee ZA\to C)\to[(A\vee ZA\to ZC)\to Z(A\vee ZA)] \qquad \cdots\cdots(2)$$

……

以上（1）、（2）…等式都是同一种形式，这样我们就构造了第一个公理，即：

$$(A\to B)\to[(A\to ZB)\to ZA]$$

在以上公理中，A∨ZA 作为拓展的统一在单一的形式中并没有反映出来，只反映了 A 走向对立 ZA 的过程，因此我们把它叫做对立公理，而用更完善形式表示的“对立统一律”本文暂不讨论（即 $A\to[(A\to B)\to(A\to ZB)\to(A\wedge ZA)]$）。

在对立公理中，若将“Z”换成“¬”，即成古典逻辑系统之中的公理，即“归谬律”。

即：$(A\to B)\to[(A\to\neg B)\to\neg A]$

对立公理与“归谬律”意义有很大区别，它说明如果命题 A 蕴含着辩证矛盾，那么 A 的辩证否定命题也成立（或者说是可建构的）。例如：根据爱因斯坦的光子概念，光电效应表明光具有粒子性，单纯的波动说已被否定，但频率、波长等波动说中的合理概念却被保留下来。可见，光子概念对波动概念的否定只是一个辩证的否定。光为光子又为电磁波，两者皆可成立（光量子说并没有简单地回到牛顿的粒子说中去）。

否定之否定规律表明：事物通过两次否定，是在更高阶段上重新达到原来的出发点，并增加了新的内容，可用以下环节表示：

肯定——否定——再否定——……；　A——ZA——ZZA——……

在以上的第二次否定（即 ZZA）中，要求仿佛回到出发点（A），并增加新的内容，这个新的成份是 A 与 ZA 之外的成份，即 Z（A∨ZA），因此我们如下构造“否定之否定公理”。

即：$ZZA\to A\vee Z(A\vee ZA)$

在古典逻辑系统之中，通过两次否定，是完全回归到出发点，即 $\neg\neg A\to A$。而辩证否定，则增加了新的内容 Z（A∨ZA），这也说明辩证否定下“排中律”不成立。

二、形式系统

以上我们分析区别了古典逻辑的否定与辩证逻辑的否定并对辩证思维引进了两条形式化公理，由于古典逻辑与辩证逻辑并不排斥，我们把辩证否定下的两公理全部加入古典逻辑系

统中，得到如下一个新的逻辑系统：

（一）初始符号

1、命题变项：P_1、$P_2 \cdots P_i \cdots$ （$i=1, 2, 3\cdots$）

2、联结词：$\rightarrow$、$\vee$、$\wedge$、$\neg$、Z　　3、括号：(,)；[,]

（二）形成规则

1、任一命题变项 P_i 是合式公式。　　2、如果 A 是合式，则 $\neg A$，ZA 也是合式公式。

3、如果 A、B 是合式公式，则 $A\rightarrow B$、$A\vee B$、$A\wedge B$ 也是合式公式。

4、所有的合式公式由 1、2、3 给出。

（三）定义

1、$A\leftrightarrow B$def $(A\rightarrow B) \wedge (B\rightarrow A)$　2、SAdef$\neg Z \neg A$

（四）公理系统

Z1：$A\rightarrow (B\rightarrow A)$　Z2：$[A\rightarrow (B\rightarrow C)] \rightarrow [(A\rightarrow B) \rightarrow (A\rightarrow C)]$

Z3：$A\rightarrow [B\rightarrow (A\wedge B)]$

Z4：$(A\wedge B) \rightarrow A$　Z5：$(A\wedge B) \rightarrow B$　Z6：$A\rightarrow A\vee B$　Z7：$B\rightarrow A\vee B$

Z8：$(A\rightarrow C) \rightarrow [(B\rightarrow C) \rightarrow (A\vee B\rightarrow C)]$　Z9：$(A\rightarrow B) \rightarrow [(A\rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A]$

Z10：$\neg\neg A\rightarrow A$　Z11：$(A\rightarrow B) \rightarrow [(A\rightarrow ZB) \rightarrow ZA]$　Z12：$ZZA\rightarrow A\vee Z(A\vee ZA)$

（五）推理规则

分离规则（MP）：如果 A，$A\rightarrow B$ 是定理，则 B 也是定理。

定义 3：由以上（一）、（二）、（三）、（四）、（五）几个部分组成的形式系统叫做辩证逻辑系统，简称“系统 Z”。

在系统 Z 之中，若去掉含否定词 Z 的两公理 Z11、Z12，即为古典逻辑系统，显然，辩证逻辑系统是在古典逻辑系统之上扩展的一个新系统。

在古典系统之中的演绎符号及其演绎定理可直接引入“系统 Z”之中，为了内容完整，我们罗列如下，以后在推演过程中，凡古典系统之中的定理就直接引用，不再另外作论证。在以下定理推证过程中，所标注的理由，“定理”简记作“Th”。

定义 4：Γ 是系统 Z 的任意一个合式公式集合（可为空集），A_1，$A_2\cdots A_n$ 是系统 Z 的一个合式公式序列，若每一个 A_i 满足下列条件之一：

（1）$A_i\in\Gamma$　　（2）A_i 是系统 Z 的公理

（3）A_i 是由序列中前两个合式公式应用 MP 的直接后承。

则把这个序列叫做以 Γ 为前提的推演，用符号“$\vdash$”表示。

定理 1（由定义得出的系列）设 C、D、E、F、Γ 皆为公式集。

（1）$E\vdash E$　（2）$C、D、E\vdash E$　（3）若 $\Gamma\vdash E$ 则 $C、\Gamma\vdash E$

（4）若 $C、C、\Gamma\vdash E$，则 $C、\Gamma\vdash E$　（5）若 $F、D、C、\Gamma\vdash E$，则 $F、C、D、\Gamma\vdash E$

（6）若 $F\vdash C$ 及 $C、\Gamma\vdash E$，则 $F、\Gamma\vdash E$

定理 2（演绎定理）若 $\Gamma, A\vdash B$，则 $\Gamma\vdash A\rightarrow B$

定理 3（演绎逆定理）若 $\Gamma\vdash A\rightarrow B$，则 $\Gamma, A\vdash B$

定理 4（由公理得出的系列）

（1）$A、B\vdash A\wedge B$　（2）$A、A\rightarrow B\vdash B$（即：MP）

（3）$A\wedge B\vdash A$ 及 $A\wedge B\vdash B$　（4）$A\vdash A\vee B$ 及 $B\vdash A\vee B$

（5）若 $\Gamma, A\vdash C$ 及 $\Gamma, B\vdash C$ 则 $\Gamma, A\vee B\vdash C$

(6) 若Γ，$A\vdash B$及Γ，$A\vdash\neg B$则$\Gamma\vdash\neg A$　　(7) $\neg\neg A\vdash A$

(8) 若Γ，$A\vdash B$及Γ，$A\vdash ZB$则$\Gamma\vdash ZA$　　(9) $ZZA\vdash A\vee Z(A\vee ZA)$

在以上定理系列中，只有(8)、(9)是系统Z之中的新公理所引出的，下面取(8)证明如下：

1、Γ，$A\vdash B$（假设）　2、$\Gamma\vdash A\to B$（1、Th2）　3、Γ，$A\vdash ZB$（假设）

4、$\Gamma\vdash A\to ZB$（3、Th2）　5、$\vdash(A\to B)\to[(A\to ZB)\to ZA]$（Z11）

6、$A\to B$、$A\to ZB\vdash ZA$（5、Th3）　7、$\Gamma\vdash ZA$（2、4、6、Th1－(6)）

定理5：$\vdash ZA\to(A\to ZB)$（或$ZA\to[A\to B\vee Z(B\vee ZB)]$）。证：

1、ZA、A、$B\vdash ZA$（Th1－(2)）　2、ZA、A、$B\vdash A$（Th1－(2)）

3、ZA、$A\vdash ZB$（1、2，Th4－(8)）　4、$\vdash ZA\to(A\to ZB)$（3、Th2）

在3中把B换以ZB，则为

5、ZA、$A\vdash ZZB$　6、$ZZB\vdash B\vee Z(B\vee ZB)$（Th4－(9)）

7、ZA、$A\vdash B\vee Z(B\vee ZB)$（5、6、Th1－(6)）　8、$\vdash ZA\to(A\to B\vee Z(B\vee ZB))$（7、Th2）

在古典逻辑否定$\neg$下有“A、$\neg A\vdash B$”即“邓斯－斯各特定理”，它说明由古典矛盾可推出一切；定理5说明若辩证矛盾成立，则一切命题的辩证否定命题皆可建构的。

定理6：$\vdash(A\to B)\to(ZB\to ZA)$（换质换位律），证：

1、$A\to B$、ZB、$A\vdash B$（M P）　2、$A\to B$、ZB、$A\vdash ZB$（Th1－(2)）

3、$A\to B$、$ZB\vdash ZA$（1、2、Th4－(8)）　4、$\vdash(A\to B)\to(ZB\to ZA)$（3、Th2）

此定理与古典逻辑否定下的换质换位律$(A\to B)\to(\neg B\to\neg A)$相类似，进一步可得“$(A\leftrightarrow B)\to(ZA\leftrightarrow ZB)$”。古典系统中另一换质换位律$(\neg A\to\neg B)\to(B\to A)$，在辩证否定下的演变式为：

定理7：$\vdash(ZA\to ZB)\to(B\to A\vee Z(A\vee ZA))$［证略］

定理8：$\vdash ZZA\sim A\vee Z(A\vee ZA)$（否定之否定定律）。证：

1、$ZZA\to A\vee Z(A\vee ZA)$（Z11）　2、A、$ZA\vdash A$（Th1－(2)）

3、A、$ZA\vdash ZA$（Th1－(2)）　4、$A\vdash ZZA$（2、3、Th4－(8)）

5、$Z(A\vee ZA)$，$ZA\vdash A\vee ZA$（Th1－(2)、Th4－(4)）　6、$Z(A\vee ZA)$，$ZA\vdash Z(A\vee ZA)$（Th1－(2)）　7、$Z(A\vee ZA)\vdash ZZA$（5、6、Th4－(8)）

8、$A\vee Z(A\vee ZA)\vdash ZZA$（4、7、Th4－(5)）

9、$\vdash A\vee Z(A\vee ZA)\to ZZA$（8、Th2）　10、$\vdash ZZA\leftrightarrow A\vee Z(A\vee ZA)$（1、9）

“定理8”为古典系统之中“双否定律”$\neg\neg A\leftrightarrow A$在辩证否定下的演变，“不矛盾律”可演变成如下定理9。

定理9：$\vdash Z(A\wedge ZA)$［证略］

定理10：$\vdash A\vee ZA$（或$A\vee ZA\vee Z(A\vee ZA)$）（可中律），证：

1、$Z(A\vee ZA)$、$A\vdash A\vee ZA$（Th1－(2)、Th4－(4)）　2、$Z(A\vee ZA)$、$A\vdash Z(A\vee ZA)$（Th1－(2)）　3、$Z(A\vee ZA)\vdash ZA$（1、2、Th4－(8)）

4、$Z(A\vee ZA)\vdash ZZA$（同上过程）　5、$\vdash ZZ(A\vee ZA)$（3、4、Th4－(8)）

6、$\vdash A\vee ZA\vee Z[(A\vee ZA)\vee Z(A\vee ZA)]$（5、Th4－(8)）

7、$Z[(A\vee ZA)\vee Z(A\vee ZA)]\vdash Z(A\vee ZA)$（3、把A换以$A\vee ZA$）

8、$\vdash A\vee ZA\vee Z(A\vee ZA)$（6、7）　9、$\vdash Z(A\vee ZA)\to ZA$（3）

10、$\vdash A\vee ZA\vee Z(A\vee ZA)\to A\vee ZA\vee ZA$（9）　11、$\vdash A\vee ZA\vee ZA$（8、10）

12、$\vdash A \vee ZA$ (11)

在古典否定下$A \vee \neg A$叫做“排中律”。这里似乎在辩证否定下“排中律”也成立，其实不然，$A \vee ZA$并不反映“排中律”，因为A与ZA可同时为真，我们把它叫做“可中律”（这将在语义部分作讨论）。若我们把“可中律”采用以上推证过程的“8”即引进一个不定项“第三可能”表示成“$A \vee ZA \vee Z(A \vee ZA)$”更能说明问题，形式也完善些。

定理11：$\vdash \neg A \rightarrow ZA$（建构律）。证：

1、$A \vee B \vdash \neg A \rightarrow B$（古典系统定理）　2、$A \vee ZA \vdash \neg A \rightarrow ZA$（1、把B换以ZA）

3、$\vdash A \vee ZA$（Th10）　4、$\vdash \neg A \rightarrow ZA$（2、3）

此定理表明，如果$\neg A$成立，那么ZA一定是可建构的，我们把它叫做建构律。如：“三角形内角和不等于180°”是真的，那么我们可断言“三角内角和等于××度”（要求比较明确）一定是可建构的，由此定理我们可得出如下：$A \rightarrow Z\neg A$；$\neg ZA \rightarrow A$；$ZZA \rightarrow Z\neg A$；$SA \rightarrow ZA$等关系。

前面我们分析并定义了“超越质变谱系”；由于谱系中式子冗长，为了简化这些式子，我们作如下定义：

$A \mathrm{def} V_0$则ZA为ZV_0；　$V_0 \vee ZV_0 \mathrm{def} V_1$，则$Z(A \vee ZA)$为$ZV_1$

$V_1 \vee ZV_1 \mathrm{def} V_2$，则$Z[(A \vee ZA) \vee Z(A \vee ZA)]$为$ZV_2$；……

一般地，$V_n \vee ZV_n \mathrm{def} V_{n+1}$　则“超越质变谱系”可简化为：“V_0，ZV_0，ZV_1，ZV_2，……ZV_i……”

“超越质变谱系”是单一事物按建构过程的形式排列。若把单个的事物不断组合在一起，用以下形式排列为：

“$A, A \vee ZA, A \vee ZA \vee Z(A \vee ZA)$,……”　简化式为：“$V_0, V_1, V_2$,……$V_i$……”

以上事物不断组合在一起的过程反映了事物量的增加，是一种扩展的过程，它正是辩证否定中的量变规律，可把它叫做超越量变谱系。（这里我部分吸收了陈晓平有价值的建议）

“质变谱系”和“量变谱系”是两个非常重要的谱系，即辩证发展的谱系。“自然数”、“时间”、“电磁波”、“人的认识”、“社会发展”、“物质构成”、“动植物生长”皆是这种“否定之否定”的基本形式结构。

下面我们以数系发展为例来说明这种谱系所表示的意义，如下表：

以A代表“自然数系”

质变	简化式	V_0	ZV_0	ZV_1	ZV_2	ZV_3	…
	由A的表示式	A	ZA	$Z(A \vee ZA)$	$Z[(A \vee ZA) \vee Z(A \vee ZA)]$	$Z[((A \vee ZA) \vee Z(A \vee ZA)) \vee Z((A \vee ZA) \vee Z(A \vee ZA))]$	…
	代表数系名称	自然数	负整数	分数	无理数	虚数	…

“量变”情况表可同理列出。在以上表中我们可以看出，由V_0基本点，到V_1，V_2……是不断扩展的过程，我们把以下定理12叫做“扩展律”，它表明世界是不断辩证扩展的过程。

定理12：(1) $V_K \rightarrow V_n$　(2) $ZV_K \rightarrow V_n$ $(k<n)$　（扩展律）

此定理可按A的基本表示式展开即可得证。

定理13：(1) $\neg SA \leftrightarrow Z\neg A$　(2) $\neg ZA \leftrightarrow S\neg A$

定理14：$SSA \leftrightarrow A \wedge S(A \vee SA)$

此两定理用系统Z中定义即可推证；另外SP，$S\neg P$，ZP，$Z\neg P$四个命题有类似“性质判

断”与“模态判断”的对当方阵图，这里不做详细讨论。

三、语义模型

这一部分我们将建立辩证逻辑系统的语义模型，并在此基础上研究其元逻辑性质。

我们知道，如果辩证矛盾的双方在同一条件下成立，那么它们也就实现了真正的统一，辩证矛盾也就不成为矛盾，它完全可用形式逻辑的方法去研究它。所以这里我们研究辩证矛盾，将把它分不同的领域（或世界），区别它们成立的不同条件，把辩证逻辑的命题用形式逻辑的方法去研究，以实现用“相容的方法去研究不相容的矛盾”。

在超越谱系的辩证发展之中“V_0，ZV_0，ZV_1……”是随着历史的发展，按时间先后被建构的命题，无论是 V_0 代表什么命题，ZV_n 当 n 达到一定的值时，以后的命题形式皆没有确定的意义。如：V_0 为欧氏平行公理，则 ZV_0 为罗氏平行公理，ZV_1 为黎氏平行公理，而 ZV_2 我们还没有建构出这种几何，所以 ZV_2 及以后的命题形式没有确定的意义。这是因为世界是无限的，而人类的认识总是有限的，只有随着认识的发展，才能逐渐显示其意义。

人类的认识就是新理论建构的过程，而新理论的建构皆经历这样两个过程，〈1〉必须依据一定的已知理论，也就是已经证实的理论。〈2〉在已知的理论基础上建构（首先是假设）一种新理论。这种新理论总是可建构的，我们可把这种已知的理论领域叫做原世界，而把待建构的新理论领域叫做超越世界。

定义 5：一个已知的领域（范围、体系）我们若称之为原世界，那么相对于原世界之外的其它领域（范围、体系）叫做超越世界。

辩证矛盾的两个命题，其真假必须依据不同的世界之中进行讨论。

辩证逻辑系统的语义模型可看作人类发现新理论过程的一种模拟，也即对人类认识辩证运动过程的一种模拟。首先对于不包含辩证否定词 Z 的合式公式，不论在原世界之中，还是在超越世界之中其解释同于古典逻辑系统的解释。其次对含 Z 的合式公式，若 A 在原世界之中为真，则 ZA 在原世界中为假，即新理论在原世界中不可建构；若 A 在原世界中为假，则 ZA 在原世界中为真，此时新理论在原世界中必可建构。在超越世界之中，我们认为不论 A 为真或假，而新理论 ZA 总是可建构的，这也就是说任何理论总要通过辩证否定发展的。

我们用“$\neg$”表示原世界，用“Z”表示超越世界，下面引进辩证逻辑系统解释的严格定义。

定义 6：若一个命题 A 在一个世界 a（只有两种可能，即$\neg$和 Z）中为真，就记作 V（A，a）＝1；若为假就记作 V（A，a）＝0。

定义 7：辩证逻辑系统的模型是一个有序的二元组〈a，V〉

Ⅰ：a 是一个世界，只有两种情形，即原世界$\neg$，超越世界 Z。

Ⅱ：V 是赋值函数，定义域为 R×a，R 为辩证系统合式公式，a 是两个世界$\neg$、Z，值域为｛1，0｝即真、假两元素，V 满足以下条件：

〈1〉对每一个世界 a 和每个命题变元 P_i，均有 V（P_i，a）＝1 或者 V（P_i，a）＝0 成立，两者必居其一，且仅居其一。

〈2〉对每一个世界 a 和任意公式 A，B，V（A∧B，a）＝1 当且仅当 V（A，a）＝1 且 V（B，a）＝1，换言之 V（A∧B，a）＝0 当且仅当 V（A，a）＝0 或者 V（B，a）＝0。

〈3〉对每一个世界 a 和任意公式 A，B，V（A∨B，a）＝1 当且仅当 V（A，a）＝1 或者

V（B，a）=1。换言之 V（A∨B，a）=0 当且仅当 V（A，a）=0 且 V（B，a）=0。

〈4〉对每一个世界 a 和任意公式 A，B，V（A→B，a）=1 当且仅当 V（A，a）=0 或 V（B，a）=1。换言之 V（A→B，a）=0 当且仅当 V（A，a）=1 且 V（B，a）=0。

〈5〉对每一个世界 a 和任意公式 A，V（¬A，a）=1 当且仅当 V（A，a）=0；换言之 V（¬A，a）=0 当且仅当 V（A，a）=1。

〈6〉（i）对原世界¬和任意公式 A，V（ZA，¬）=1 当且仅当 V（A，¬）=0；换言之 V（ZA，¬）=0 当且仅当 V（A，¬）=1。

（ii）对超越世界 Z 和任意公式 A，V（ZA，Z）=1 总成立；换言之无论 V（A，Z）=0 或 1，总有 V（ZA，Z）=1，而 V（ZA，Z）=0 是不可能的。

定义 8：辩证逻辑系统之中，若有一个合式公式 R，恒有：V（R，a）=1；即对 R 的命题变项任何取值，对任何世界 a 总 V（R，a）=1 不变，则我们把 R 叫做该系统之中的永真式。

定理 15：对任何世界 a 和任何公式 R 都有 V（R，a）=1 或者 V（R，a）=0 成立，两者必居其一，且仅居其一。

此定理证明用归纳法对 R 的长度进行归纳即可。

定理 16：在辩证逻辑系统之中，将含 Z 的公理换以¬之后，即为古典逻辑系统。

证：只要证明公理 Z11，Z12，将 Z 换成¬之后，为古典系统中可证公式即可。

〈1〉“公理 Z11”变换后即为“公理 Z9”显然可证。〈2〉“公理 Z12”变换后，即为“¬¬A→A∨¬（A∨¬A）”，用古典系统真值表验证知其为永真式。所以可证。

定理 17：[句法相容性原理] 在辩证逻辑系统中，不存在 A 与 ZA（或¬A）皆是可推证的，即辩证矛盾或古典矛盾双方只能证其一。

证：用 R（Z，¬）表示含有否定词 Z，¬的合式公式，由定理 16 知，若 R（Z，¬）在辩证系统之中可证，则 R（¬，¬）在古典系统之中亦必然可证。

〈1〉假设 A 与¬A 在辩证系统之中可证，则 A 与¬A 在古典系统之中亦可证，这与古典系统句法相容性矛盾。

〈2〉假设 A 与 ZA 在辩证系统之中皆可证，则 A 与¬A 在古典系统中亦可证，这亦与古典系统句法相容性相矛盾。

所以，A 与 ZA，A 与¬A 双方至多只能证其一。

定理 18：[可靠性定理或语义相容性定理] 辩证系统之中可推证的命题皆为永真式，即若 ⊢ R，则 V（R，a）=1。

证明要点如下：

〈1〉辩证系统之中所有公理皆为永真式，公理 Z1～Z11 证略，仅对公理 Z12 作证明。

若 V（A，¬）=1　则有 V（ZZA→A∨Z（A∨ZA），¬）=1

若 V（A，¬）=0　则有 V（ZZA→A∨Z（A∨ZA），¬）=1

若 V（A，Z）=1　则有 V（ZZA→A∨Z（A∨ZA），Z）=1

若 V（A，Z）=0　则有 V（ZZA→A∨Z（A∨ZA），Z）=1

所以恒有 V（ZZA→A∨Z（A∨ZA），a）=1

〈2〉分离规则具有保真性

综合〈1〉〈2〉定理即可得证

定理 19：（非句法完备性）辩证系统不满足 A 与 ZA（或¬A）总一可证，即有可能 A 与 ZA（或¬A）皆不可证。（证略）

定理 20：（语义可判定性）辩证系统之中任一合式公式，皆可判定它是否为永真式。（略）

以上几个定理说明了辩证系统几个元逻辑性质，但辩证系统相对于其解释是否具备“语义完全性”，还不能证明。因为不能证明所有的永真式皆是可推证，也不能找出一个永真式它是不可推证的，但凭直觉很可能不具备语义完全性，这里只是一种猜测。

句法的判定方法也不能完全解决，这里可解决一部分特殊合式公式的判定问题。首先不含辩证否定词的所有合式公式的句法可用古典系统真值表方法判定；其次辩证系统具备可靠性，非永真式必不可证，如：$ZA\rightarrow(A\rightarrow B)$；$ZZA\rightarrow A$；$Z(A\vee ZA)$ 皆非永真式，所以不可证。还有一部分合式公式，如：$Z\neg A\rightarrow ZZA$ 还不可能判明其是否可证，有待于继续探讨。

古典系统之中 $A\vee\neg A$ 叫排中律，是因为在其语义解释下，A 与 $\neg A$ 必然“一真一假”，没有其它可能。而辩证系统中，定理 $A\vee ZA$ 不再是排中律，是因为在相对其语义之下，A 与 ZA 在超越世界之中可同时为真，并且还可能存在“第三建构命题”，也就是 $Z(A\vee ZA)$ 亦可在超越世界之中进行建构，所以 $A\vee ZA$ 叫做“可中律”。

人类认识的理论为 A，新理论是怎样建构的呢？首先是发现 $\neg A$，这时，就产生矛盾，陷于困惑之中，为了解决矛盾，其次就是建构 ZA，当 ZA 建构之后，这时矛盾就得到暂时的解决。理论也就从 A 扩展到 $A\vee ZA$，再产生矛盾就是 $\neg(A\vee ZA)$，再建构就是 $Z(A\vee ZA)\cdots$ 这是无限的过程，定理 $\neg A\rightarrow ZA$ 正是说明从矛盾走向建构，因此称之为“建构律”，分析一切理论的建构历史，皆是这种形式，所形成的就是超越谱系。

以上从分析辩证的否定开始，继而建构了“辩证逻辑形式化系统”使辩证逻辑的内容、规律、性质特点等进一步明晰化，对确立辩证逻辑的科学体系很有必要，前些日子《哲学动态》曾开展“辩证逻辑究竟是不是逻辑？”的讨论。本文是从肯定角度的一个有力答复，但本系统并不能穷尽辩证思维的所有方面。这将永远属于我们探索的范围，欢迎广大逻辑工作者对本系统发表自己的意见及建议。

另外，对于辩证逻辑形式系统中的“谓词演算”以及与“类型论”、“直觉主义逻辑”的关系，限于篇幅，这里不再作讨论。

参考书目

1.《中国大百科全书·哲学》中国大百科全书出版社版。
2.《哲学大辞典·逻辑学卷》上海辞书出版社版。
3.《元数学导论》[美] S. C 克林著　莫绍揆译，科学出版社版。

（本文责任编辑　郑传寅）