辩证逻辑形式化的新进展

——对张金成系统Z的评价与补证

陈晓平　桂起权

本文从系统Z与传统辩证法、经典逻辑、次协调逻辑的相互关系着手（特别从句法和语义角度加以考虑），评价系统Z对辩证逻辑形式化的开拓性作用。还给出了系统Z原先所缺少的语义完全性的证明。

张金成的辩证逻辑形式系统Z（见[1]），从否定词Z着手，大胆进行尝试，以精确的形式语言刻划了辩证法的基本规律，从而展示了辩证逻辑形式化研究广阔的新前景。在我们看来，系统Z的建立是继达科斯塔等人的系统DL之后，在辩证逻辑发展新方向上的又一重要成果。本文从几个不同方面阐明我们的这一观点。

一、系统Z与传统辩证法

用逻辑哲学语言说，辩证逻辑的形式系统以传统辩证法为现实原型，其形式句法学与形式语义学分别以传统辩证法原型中非形式的、朴素的句法与语义为背景，而句法与语义之间又相互牵制、相互作用。

传统辩证法可以说是发端于赫拉克里特（独立地还有老子等），经由黑格尔、马克思及其后继者而发展起来的辩证法思想体系。赫拉克里特－马克思传统应当看作平行于亚里士多德的另一逻辑传统。由于传统辩证法基本上是用自然语言阐述的，所以其中不免存在含混晦涩和引起争议的地方。尽管如此，辩证法的基本内容可说是得到辩证论者的普遍承认，在我国甚至也为广大群众所接受和认可。

辩证法的核心内容就是辩证法的三大规律，即对立统一律、否定之否定律和质变量变律。根据形式化的通用程序来看，建构一个形式系统，必须事先对其非形式原型进行充分而有选择的分析，然后通过概括、提炼、整修、合理重建，用形式语言再现现实原型的某些本质特征（包括从句法上建构能畅通运行的形式系统，以及随后在语义上对此作出恰当解释）。同样，辩证逻辑形式化程序也并不例外。应当说，如果一个形式系统能把辩证法三大规律容纳进去，并通过提炼、整修、重构，能再现其本质方面，则该系统便堪称辩证逻辑形式系统。那么，系统Z是如何对这三大辩证规律进行合理重建的呢？

首先考虑对立统一律。要容纳对立统一律，就必须以某种方式容纳矛盾命题（A 并且非 A）。然而，在经典逻辑中“A 并且非 A”被视为逻辑谬误，因此被绝对禁止（经典矛盾被符号化为“$A \wedge \neg A$”）。作为一个关键性的步骤，系统 Z 在经典否定词“$\neg$”之外引进一个辩证否定词“Z”，从而使得辩证矛盾“$A \wedge ZA$”不再是一个逻辑谬误，尽管经典矛盾“$A \wedge \neg A$”仍被禁止。

Z 系统有关辩证否定词“Z”的公理之一是：$(A \to B) \to [(A \to ZB) \to ZA]$　(1)

此公理说，如果由 A 得出 B 并且由 A 得出 ZB，那么可得出 ZA。换言之，如果 A 蕴涵辩证矛盾 $B \wedge ZB$，那么 A 的辩证否定 ZA 成立。

由这一公理很容易推出一条定理，即

$$A \to [(A \to B) \to ((A \to ZB) \to (A \wedge ZA))] \quad (2)$$

此定理说的是，如果 A 成立，并且由 A 得出辩证矛盾 $B \wedge ZB$，那么，辩证矛盾 $A \wedge ZA$ 也成立。由于在系统 Z 中，辩证矛盾 $B \wedge ZB$ 和 A 都不必然为假，所以辩证矛盾 $A \wedge ZA$ 是可以成立的。这一定理就反映了传统辩证法的对立统一律的主要思想，即对立双方可以同处于一个统一体之中（张的原始论文称（1）为对立统一律，在我们建议后以（2）改称之）。

其次，考虑否定之否定律。系统 Z 中有关“Z”的另一条公理是：

$$ZZA \to A \vee Z(A \vee ZA) \quad (3)$$

它所表述的是，对 A 的两次辩证否定并不简单地回归出发点，而是比 A 增添了新内容即 $Z(A \vee ZA)$。$Z(A \vee ZA)$ 还表明，这个新内容既不同于 A，也不同于 ZA，而是超出 A 及其对立面 ZA 的全新的东西。这一公理反映了事物在连续辩证否定的过程中所呈现出的螺旋上升的发展规律。这正是传统辩证法否定之否定律中的一个主要思想。

值得指出，对于否定之否定律还有另一种解释，即“一次普通否定，再一次辩证否定”（黑格尔概括为“正——反——合”）。具体地说，事物先由自身走向反面，这是第一次否定。鉴于第一次否定十分接近于单纯地排斥性的，因而可以处理成经典否定即$\neg A$。事物再由反面走向正、反两方面的统一，这是第二次否定。第二次否定不再是单纯地排斥性的，而是对$\neg A$的辩证否定，即有 $Z(\neg A)$。于是，在形式刻划中问题就产生了：“否定之否定”究竟应被刻划为 $Z\neg A$（“正——反——合”式的）还是被刻划为 ZZA（两次辩证否定的）？对此，系统 Z 中的一条定理作了明确的回答，即：$Z\neg A \leftrightarrow ZZA$　（否词转换律）　(4)

这就是说，关于否定之否定律的这两种经典解释对于系统 Z 是完全等价的（原始论文对此并未讨论，而我们作了补证，见下文）。

最后，我们讨论质变量变律。系统 Z 有一条定理即：$A \vee ZA$　(5)

此定理说的是，A 与其否定 ZA 必有一真，且可同时为真，A 与 ZA 可以相安无事。这种结合方式是相对稳定的，故从这个意义上可称之为“量变律”（根据公式形式与排中律相似却又不排中，原始论文称之为“可中律”）。由此定理很容易推出另一定理，即：

$$(A \to ZA) \to (A \vee ZA) \quad (6)$$

从某种意义上说，此定理的前件 $A \to ZA$（由 A 得出 ZA）表达了事物的“质变”过程，即 A 向其对立面的转化。其后件 $A \vee ZA$ 则如上述表达了对立双方和平共处的“量变”阶段的状态。这一过程可以递进地循环下去，前一过程的终点 $A \vee ZA$ 成为后一过程的起点，即体现为定理：

$$[(A \vee ZA) \to Z(A \vee ZA)] \to [(A \vee ZA) \vee Z(A \vee ZA)] \quad (7)$$

这里，以辩证否定的自我超越特性为契机（后详），量变又转化为新的质变，从而导致新

的量变。整个定理从辩证否定的特定侧面表达了关于量变、质变的发展过程。故此定理可称为“质变量变律”。张金成所列出的“超越谱系”及其关于数系发展的例证，颇有说服力地展示了此定理的现实原型。

以上分析表明，系统Z从特定角度刻划了传统辩证法的三大规律的基本思想，因此，系统Z完全有资格被称为辩证逻辑的一种形式系统（当然这并不排斥其它类型的存在）。

二、系统Z与经典逻辑

辩证逻辑系统Z是一种非经典逻辑。先从句法角度讲，系统Z是在经典命题逻辑基础上引入辩证否定词“Z”并附加有关“Z”的两条公理而构成的。正因为这样，系统Z不仅容纳了经典命题逻辑的全部定理，而且具有一批有关辩证否定词“Z”的新定理。由此可见，系统Z属于扩展型的非经典逻辑。

再从语义角度来考察。根据经典观点，可能世界语义学是拒斥矛盾的，因而辩证逻辑形式系统面临着“不可能的可能世界”这样的伤脑筋的问题。然而，张金成却巧妙地解决了这一难题。他为系统Z设计了一个特别的可能世界语义模型，该模型由两个可能世界构成，其一是原世界，另一是超越世界。原世界是一个单一的静态世界，而超越世界则是由一簇依次超越的子世界所构成（它非常象复变函数论里的螺旋式的“黎曼面”，具有分叶的结构）。因而，超越世界是一个处于无限建构过程的动态世界。

前一节已经指出，在系统Z内辩证矛盾$A \wedge ZA$不是逻辑谬误。不过，它也不是逻辑真理。$A \wedge ZA$的成立是有条件的，这个条件就是$A \wedge ZA$只能在超越世界中（跨越不同子世界而）成立。A与ZA分属超越世界中的两个不同子世界。可以说，辩证否定Z的功能特征就在于超越。一旦进入超越世界，ZA便超越A而进入一个新的子世界。但在单一的原世界中，Z的超越功能无用武之地，从而蜕变为经典否定“$\neg$”。这就使得，相对于原世界，$A \wedge ZA$如同$A \wedge \neg A$只能是假的。与“Z”相反，经典否定“$\neg$”不具有超越功能，即使进入超越世界，$\neg A$也不能超越A而进入另一个子世界。这就使得，A与$\neg A$永远处于同一个子世界中，因此，$A \wedge \neg A$在任何时候都是假的。

根据以上分析不难看出，系统Z并不取消经典否定词$\neg$的逻辑性质，而仅仅赋予辩证否定词Z一种新的功能即超越。系统Z也并未推翻适合于经典逻辑的语义模型即单一的静态可能世界，而只是在原世界基础上增添了一个新世界即超越世界，从而为辩证否定词开辟了一块用武之地。经典逻辑仅仅处理一种矛盾，即由处于同一世界的A与$\neg A$所构成的矛盾；而系统Z还能处理另一种矛盾，即处于不同世界的A与ZA所构成的矛盾。对于前一种矛盾，二者同声斥责；而对后一种矛盾，经典逻辑则无能为力，然而系统Z不仅问津，并加认可。总之，系统Z的分叶可能世界模型，不仅包摄、继承了经典逻辑的可能世界语义学（单一静态的可能世界），而且还从“非形式化”的辩证逻辑的朴素语义思想中汲取营养（即逻辑矛盾有别于辩证矛盾），再用更精确的形式加以逻辑重建。因此，从可能世界语义学角度看，系统Z对经典逻辑也并不是背离，而只是一种拓展。

三、系统Z与达科斯塔的次协调逻辑

系统Z与由巴西逻辑学家达科斯塔（N. da Costa）于六十年代初所创的次协调逻辑（paraconsistent logic）系统有显著的相似之处。

首先，二者都涉及两种否定词：经典的以及非经典的。非经典否定词在Z系统中记为“Z”，在达科斯塔的次协调系统Cn（参看［2］）中记为“$\neg$”，为了便于比较并避免混淆，我们改记为“$\sim$”，而且沿用习惯记法把经典否定词统一记为“$\neg$”。

其次，无论是系统Z还是系统Cn，它们都有对经典命题逻辑进行扩展的一面，即在经典命题逻辑之上添加关于非经典否定词的新公理。这就决定了，Z和Cn都可以与经典逻辑并行不悖，并且都把经典逻辑看作自己的子系统。

第三，也是最重要的一点是，经典矛盾律对非经典否定词失效；换言之，由非经典否定词构成的矛盾命题不必然为假。在系统Z中，$A \wedge ZA$ 可能成立；在系统Cn中，$A \wedge \sim A$ 可能成立。

然而，系统Z与Cn的区别也是明显的。从句法上看，两个系统关于非经典否定词的新增公理是不同的。系统Z的新增公理是：

Z1：$(A \rightarrow B) \rightarrow [(A \rightarrow ZB) \rightarrow ZA]$　Z2：$ZZA \rightarrow A \vee Z(A \vee ZA)$

而系统Cn的新增公理是：Cn1：$A \vee \sim A$；　Cn2：$\sim\sim A \rightarrow A$

有关经典否定词的公理，在系统Z与Cn中是相同的（符号已调整）：

$C_0 1$：$(A \rightarrow B) \rightarrow [(A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A]$；$C_0 2$：$\neg\neg A \rightarrow A$

$C_0 1$与$C_0 2$也就是经典逻辑中的归谬律与双重否定律（C_0意即经典演算）。它们可以用作参照系，来说明两个非经典否定词Z与$\sim$的区别。

先将这两条经典公理与Cn的两条公理作比较。我们看到，只需将否定词$\sim$替换为$\neg$，则Cn2与$C_0 2$就完全一样了，但Cn1与$C_0 1$却不同。再将两条经典公理与Z的两条公理作比较。只需否定词Z替换为$\neg$，则Z1就与$C_0 1$完全一样了，但Z2与$C_0 2$却不同。这表明，对于非经典否定词公理而言，系统Cn只保留了与“双重否定律”同构的公理，而系统Z则只保留了与“归谬律”同构的公理。这种对公理的不同选择导致Z与$\sim$具有相异的逻辑性质。

首先，在系统Z中，Z的“双重否定”结果不同构于经典情况，即$ZZA \rightarrow A$不成其为公理或定理，因此对A的Z型双重否定并不回到出发点。这与传统辩证法的否定之否定思想是一致的。而在系统Cn中，由于采用了同构于经典双重否定律的公理$\sim\sim A \rightarrow A$，因而对A的$\sim$型双重否定又回到了出发点。因此不能恰当地再现传统辩证法的否定之否定思想。可见在对否定之否定律的形式刻划方面，Z明显优于Cn（后来的DL也未能根本改变这一局面）。

其次，在系统Z中，由于在句法上采取同构于经典归谬律的公式（Z1）作公理，而Z在语义上却采取与经典否定截然不同的解释，这两者的结合产生了一个微妙的结果：它使得非经典矛盾$A \wedge ZA$具有自我否定性，即能使$Z(A \wedge ZA)$成为一个定理。虽然$Z(A \wedge ZA)$同构于经典矛盾律$\neg(A \wedge \neg A)$，但由于在双重否定律上的不同，因此即使从句法上看Z与$\neg$在本质上也不同。联系到语义上说，$Z(A \wedge ZA)$并不意味着$A \wedge ZA$被排斥，而是意味着$A \wedge ZA$被超越。这样，由于带否定词Z的非经典矛盾具有自我超越性或自我变异性，使得系统Z能与系统外辩证法原型中关于矛盾变化发展的思想较恰当地相符。

与此相对照，在系统Cn中，由于摈弃了同构于归谬律的公理，次协调否定词$\sim$就在句法上丧失相应的逻辑功能，也就使得$\sim(A \wedge \sim A)$不成其定理。对应到语义上，非经典矛盾$A \wedge \sim A$就不具有自我超越或自我变异的逻辑性质。因此，不能恰当地再现辩证法矛盾发展学说的那些重要方面。由此看来，系统Z的非经典否定词Z要比系统Cn的非经典否定词$\sim$，更能恰当地刻划辩证法原型中辩证否定概念的某些重要特征。

值得一提的是，达科斯塔为了更直接地刻划对立统一规律，他和沃尔夫在1980年构造了一个新的次协调辩证逻辑的命题演算DL（“DL”取名为“辩证逻辑”的英文缩写）（见［3]，[4]）。其中公理（A18）为$\sim A^{\circ}\supset(A\vee\sim A\supset B)\vee(A\wedge\sim A)$。它表明，对于不遵守矛盾律的命题A来说，A和～A（次协调否定）是同假或同真的。这就比Cn更进一步刻划了辩证矛盾的“亦此亦彼”性质（在Cn在非经典矛盾$A\wedge\sim A$可以同真，“对立统一”在一定程度上也得到刻划）。DL的公理（A15）$A^{\circ}\supset(\sim\sim A\supset A)$也比Cn有所改进。它表明DL对双重否定律持保留态度，意即只在遵守矛盾律情况下才满足经典的双重否定律，其它情况则不然。达科斯塔已经注意到，这样做是为了适应辩证法否定之否定律的要求。然而，遗憾的是非经典的“双重否定”的性质在DL中并未得到更明确的正面刻划。还由于在DL中（和Cn一样），$\sim(A\wedge\sim A)$仍不成其为定理，相应地非经典矛盾仍然不具有自我变异性，换句话说在DL中辩证否定的自我超越特征仍得不到恰当的形式刻划。此外，DL中关于非经典否定的公理(A11)、(A12)仅仅同构于经典的德摩根律，而这两个相应的公式却都是系统Z的定理。因此，看来系统Z比DL在推理上更为丰富。

以上着重从句法角度讨论了系统Z与次协调系统Cn以及DL之间的区别。我们再从语义的角度作一简单的比较。从语义上看，它们之间的一个明显区别是，系统Z具有一个可能世界语义模型，而系统Cn和DL则没有（或尚未构造出来）。Cn和DL所采用的是模型/集合论的语义模型，那只是由一组关于赋值的命题构成的。相比之下，系统Z在语义学上更为直观，更易把握。在我们看来，系统Z分叶的超越世界语义模型已经相当生动透彻地展示了辩证否定的本质特征（见第二节）。

值得指出，逻辑哲学的根本问题就在于形式体系内外的恰当相符性，当然恰当相符性是相对的并在不断改进中逐步实现。辩证逻辑形式系统所追求的目标正是越来越恰当地再现辩证法原型中的本质特性。综合以上句法和语义两方面的考察，我们认为，在对传统辩证法原型进行逻辑重建方面，系统Z比起系统Cn或DL来又前进了一步。

四、对系统Z的语义完全性的证明

张金成的论文（见［1]）已经给出系统Z一些重要的内定理和元定理及其证明。如证明了系统Z具有句法一致性、语义一致性和语义可判定性等重要的元逻辑性质。然而，尚未给出系统Z语义完全性的证明。可是语义完全性对形式系统却是一个至关重要的评价标准。为此，我们进行补证。此前，先证明系统Z的几个重要的内定理：关于Z的德摩根律和否定词转换律。

（一）Z德摩根律之一：$Z(A\vee B)\leftrightarrow ZA\wedge ZB$。

证明步骤：（Ⅰ）(1) $Z(A\vee B), A\vdash A\vee B$［根据公理$A\rightarrow A\vee B$］；(2) $Z(A\vee B), A\vdash Z(A\vee B)$；(3) $Z(A\vee B)\vdash ZA$［根据(1)，(2)］；(4) $Z(A\vee B), B\vdash A\vee B$［根据同(1)］；(5) $Z(A\vee B), B\vdash Z(A\vee B)$；(6) $Z(A\vee B)\vdash ZB$［根据(4)，(5)］；(7) $Z(A\vee B)\vdash ZA\wedge ZB$［根据(3)，(6)］；(8) $\vdash Z(A\vee B)\rightarrow ZA\wedge ZB$［根据(7)］。

（Ⅱ）(1) $ZA\wedge ZB, A\vdash A\wedge ZA$；(2) $A\wedge ZA\vdash Z(A\vee B)$［根据定理$A\rightarrow(ZA\rightarrow ZB)$］；(3) $ZA\wedge ZB, A\vdash Z(A\vee B)$［根据(1)，(2)］；(4) $ZA\wedge ZB, B\vdash B\wedge ZB$；(5) $B\wedge ZB\vdash Z(A\vee B)$［根据同(2)］；(6) $ZA\wedge ZB, B\vdash Z(A\vee B)$［根据(4)，(5)］；(7) $ZA\wedge ZB, A\vee B\vdash Z(A\vee B)$［根据(3)，(6)，公理$(A\rightarrow C)\rightarrow((B\rightarrow C)\rightarrow(A\vee B\rightarrow C))$］；(8) $ZA\wedge ZB$,

$A\vee B\vdash A\vee B$；(9) $ZA\wedge ZB\vdash Z(A\vee B)$ [根据 (7)，(8)]；(10) $\vdash ZA\wedge ZB\rightarrow Z(A\vee B)$ [根据 (9)]。

综合（Ⅰ）与（Ⅱ）这两个方面，定理得证。

（二）Z 德摩根定理之二：$Z(A\wedge B)\leftrightarrow ZA\vee ZB$。

证明步骤：（Ⅰ）(1) $\neg ZA\vdash A$ [根据定理 $\neg ZA\rightarrow A$]；(2) $Z(A\wedge B)$，$\neg ZA$，$B\vdash A$ [根据 (1)]；(3) $Z(A\wedge B)$，$\neg ZA$，$B\vdash B$；(4) $Z(A\wedge B)$，$\neg ZA$，$B\vdash A\wedge B$ [根据 (2)，(3)]；(5) $Z(A\wedge B)$，$\neg ZA$，$B\vdash Z(A\wedge B)$；(6) $Z(A\wedge B)$，$\neg ZA\vdash ZB$ [根据 (4)，(5)]；(7) $Z(A\wedge B)\vdash\neg ZA\rightarrow ZB$ [根据 (6)]；(8) $Z(A\wedge B)\vdash ZA\vee ZB$ [根据 (7)]；(9) $\vdash Z(A\wedge B)\rightarrow ZA\vee ZB$ [根据 (8)]。

（Ⅱ）(1) ZA，$A\wedge B\vdash A$；(2) ZA，$A\wedge B\vdash ZA$；(3) $ZA\vdash Z(A\wedge B)$ [根据 (1)，(2)]；(4) ZB，$A\wedge B\vdash B$；(5) ZB，$A\wedge B\vdash ZB$；(6) $ZB\vdash Z(A\wedge B)$ [根据 (4)，(5)]；(7) $ZA\vee ZB\vdash Z(A\wedge B)$ [根据 (3)，(6)]；(8) $\vdash ZA\vee ZB\rightarrow Z(A\wedge B)$ [根据 (7)]。

综合（Ⅰ）与（Ⅱ）这两个方面，定理得证。

（三）否词转换律：$ZZA\leftrightarrow Z\neg A$

证明步骤：（Ⅰ）(1) $\neg A\vdash ZA$ [根据定理 $\neg A\rightarrow ZA$]；(2) ZZA，$\neg A\vdash ZA$ [根据 (1)]；(3) ZZA，$\neg A\vdash ZZA$；(4) $ZZA\vdash Z\neg A$ [根据 (2)，(3)]；(5) $\vdash ZZA\rightarrow Z\neg A$ [根据 (4)]。

（Ⅱ）(1) $Z\neg A$，$ZA\vdash Z\neg A\wedge ZA$；(2) $Z\neg A\wedge ZA\vdash Z(\neg A\vee A)$ [德摩根律]；(3) $Z\neg A$，$ZA\vdash Z(\neg A\vee A)$ [根据 (1)，(2)]；(4) $Z\neg A$，$ZA\vdash\neg A\vee A$ [定理 $A\rightarrow(B\rightarrow A)$]；(5) $Z\neg A\vdash ZZA$ [根据 (3)，(4)]；(6) $\vdash Z\neg A\rightarrow ZZA$ [根据 (5)]。

综合（Ⅰ）与（Ⅱ）的结果，定理得证。

现在我们转入系统 Z 的语义完全性的讨论。这就不得不讨论 Z 的任一合式公式 R 的 Z 合取范式，并为此引进一系列预备概念与定理。

[定义 1] 基本析取式是这样一种析取式，其支命题不外乎以下四种情况之一：

(i) 一个命变项 π（π 为句法变项，其值为命题变项，如 p、q、r 等）；(ii) 一个命题变项的一次经典否定 $\neg\pi$；(iii) 一个命题变项的连续 n 次辩证否定，即 $Z_1\cdots Z_n\pi$ $(n\geqslant 1)$；(iv) $Z_1\cdots Z_n\pi$ 的一次经典否定，即 $\neg Z_1\cdots Z_n\pi$。例如：$p\vee\neg Zq$，$\neg ZZp\vee ZZZq$ 等都是基本析取式，而 $p\vee(p\wedge\neg q)$，$Zp\vee Z\neg Zq$ 等都不是基本析取式。

[定理 1] 一个基本析取式成为永真式的必要条件是，该基本析取式中，至少有两个不同的支命题含有同一命题变项，并且这两个支命题所含的否定词在数目的奇偶性上不相同（证略）。

[定理 2] 当一个基本析取式满足定理 1 所述的必要条件，此时如果这两个支命题中有一为 $Z_1\cdots Z_n\pi$，那么该基本析取式为一永真式。

证明：满足定理 2 所设条件的基本析取式可表示为：

1) $Z_1\cdots Z_n\pi\vee\varphi(\pi)\vee B$

其中 $\varphi(\pi)$ 与 $Z_1\cdots Z_n\pi$ 的区别仅在于 π 之前的否定词的数目以及 $\varphi(\pi)$ 最前面的否定词可能是（但不必定是）$\neg$。由于 $\varphi(\pi)$ 与 $Z_1\cdots Z_n\pi$ 在否定词数目的奇偶性上有异，则相对于原世界，其中必有一个等值于 π，以及另一个等值于 $\neg\pi$，而 $\pi\vee\neg\pi$ 是永真式。因此，相对于原世界，式 1) 是永真式。相对于超越世界，由于 $Z_1\cdots Z_n\pi$ 是永真式，故式 1) 也是永真式。总起来，式 1) 是永真式。

[定理 3] 当一个基本析取式满足定理 1 所述必要条件，此时如果任何含有相同变项的两

个支命题中无一为 $Z_1\cdots Z_n\pi$，那么该基本析取式为一永真式的充分必要条件是，它至少有两个含有相同命题变项的支命题分别为 π 和 $\neg\pi$。

证明要点：满足定理 3 所设条件的基本析取式可表示为：

2）$\varphi_1(\pi)\vee\varphi_2(\pi)\vee B$

其中的 $\varphi_1(\pi)$ 和 $\varphi_2(\pi)$ 都不是具有 $Z_1\cdots Z_n\pi$ 这种形式，它们所包含的否定词数目在奇偶性上相异。这使得，$\varphi_1(\pi)\vee\varphi_2(\pi)$ 不外乎以下四种形式：

3）$\pi\vee\neg\pi$；　　4）$\pi\vee\neg Z_1\cdots Z_n\pi$（其中 n 为正偶数）；

5）$\neg\pi\vee\neg Z_1\cdots Z_n\pi$（其中 n 为奇数）；

6）$\neg Z_1\cdots Z_n\pi\vee\neg Z_1\cdots Z_m\pi$（其中 n 与 m 奇偶性不同）。

其中 3）为永真式。因此，如果 $\varphi_1(\pi)\vee\varphi_2(\pi)$ 满足 3），那么式 2）是永真式。式 6）相对于超越世界是一个永假式，故不为永真式。式 4）和 5）中都含有 $\neg Z_1\cdots Z_n\pi$，而 $\neg Z_1\cdots Z_n\pi$ 是超越世界的永假式，故 4）和 5）相对于超越世界分别等值于 π 和 $\neg\pi$，而 π 和 $\neg\pi$ 均非超越世界的永真式，故 4）和 5）均非超越世界的永真式，当然也就不是系统 Z 的永真式。由此可见，在 $\varphi_1(\pi)\vee\varphi_2(\pi)$ 为 4），5），6）这三种情况下，如果 2）中的 B 不满足定理 1 所述的必要条件，那么 2）不为永真式。如果 B 满足定理 1 所述的必要条件，那么 B 也具有 2）这种形式。于是重复以上论证，直至 B 不满足定理 1 所述的条件。证毕。

综合上述三个定理可得

［定理 4］一个基本析取式是一个永真式，当且仅当，它具备下述两种形式之一：（Ⅰ）$Z_1\cdots Z_n\pi\vee\varphi(\pi)\vee B$；其中 $n\geqslant 1$，并且 n 与 $\varphi(\pi)$ 中所含否定词数目的奇偶性不同。（Ⅱ）$\pi\vee\neg\pi\vee B$。（下面需要证明的是永真的基本析取式在系统 Z 中可证）

证明要点：因（Ⅱ）很显然，故只讨论（Ⅰ）。根据 $ZZA\leftrightarrow Z\neg A$，$Z_1\cdots Z_n\pi$ 可置换为 $Z_1\neg_2\cdots\neg_n\pi$，再根据 $\neg\neg A\leftrightarrow A$ 化简 $\neg$。如果 n 为奇数，$Z_1\cdots Z_n\pi$ 可化归为 $Z\pi$；如果 n 为偶数，$Z_1\cdots Z_n\pi$ 可化归为 $Z\neg\pi$。先考虑 $Z_1\cdots Z_n\pi$ 化归为 $Z\pi$ 的情况。（Ⅰ）中的 $\varphi(\pi)$ 不外乎三种形式，即 π；$Z_1\cdots Z_m\pi$（当 m 为正偶数）；$\neg Z_1\cdots Z_m\pi$（当 m 为奇数）。其中，$Z_1\cdots Z_m\pi$（当 m 为正偶数）可置换为 $Z_1\neg_2\cdots\neg_m\pi$，进而化归为 $Z\neg\pi$。并且 $\neg Z_1\cdots Z_m\pi$（当 m 为奇数）可置换为 $\neg Z_1\neg_2\cdots\neg_m\pi$，进而化归为 $\neg Z\pi$。相应地，$Z\pi\vee\varphi(\pi)$ 具有如下三种形式：(i) $Z\pi\vee\pi$；(ii) $Z\pi\vee Z\neg\pi$，(iii) $Z\pi\vee\neg Z\pi$。其中的 (i) 和 (iii) 分别满足可中律和排中律，显然可证。(ii) 也不难证明（其要点为，由可中律可证定理 $\neg Z\pi\rightarrow\pi$ 和 $\pi\rightarrow Z\neg\pi$，进而可证 $\neg Z\pi\rightarrow Z\neg\pi$）。

以上已经表明，在 $Z_1\cdots Z_n\pi$ 可化归为 $Z\pi$ 的情况下，$Z_1\cdots Z_n\pi\vee\varphi(\pi)$ 可证，进而（Ⅰ）可证。用类似的方法可表明，在 $Z_1\cdots Z_n\pi$ 可化归为 $Z\neg\pi$ 的情况下，（Ⅰ）也是可证的（证略）。这样便表明，（Ⅰ）在系统 Z 中可证。

既然作为永真式的基本析取式不外乎（Ⅰ）和（Ⅱ），而（Ⅰ）和（Ⅱ）均可证，故得

［定理 5］如果一个基本析取式是永真式，那么，该式在系统 Z 中是可证的。

接下来，我们引进 Z 合取范式的概念及其有关定理。

［定义 2］Z 合取范式是一合取式，其支命题都是基本析取式。

［定理 6］如果一个 Z 合取范式是永真式，则在系统 Z 中是可证的。（依定义 2，定理 5）

［定理 7］对于 Z 中的任一合式公式 R，都有一与 R 等值的 Z 合取范式 R′常可与 R 互推。

证明要点：对任一合式公式 R，(1) 根据有关“Z”的德摩根律，可逐步将“Z”内移至

（下转第 23 页）

综上所述，我们可以得出如下几点结论：

1. 类比推理是一种富于创造性的思维方法。在当代科学高度分化、高度综合时期，需要打破固定的、单向性的思维方式，对问题要进行多角度横串竖联的思维加工，因此，类比方法更可发挥其开创性的作用。

2. 类比推理是有其认识论上的客观基础的，这个客观基础就是客观世界普遍存在着的相互联系。正是这种联系的普遍存在，使得在两个特殊对象之间进行类比推理成为可能。

3. 客观世界的联系是有层次的。正是这一层次性，决定了事物之间的同一性和差异性。因此，建立在此基础之上的类比推理结论就具有或然的性质。

4. 为了提高类比推理结论的可靠性，就得尽可能地了解两个对象之间的联系（M）以及对象内部各属性之间的联系（R），如果我们对这些联系了解得越多，这些联系越是确定，则类比推理的结论就越可靠。

注释：

①《毛泽东著作选读》（上册），人民出版社 1986年版，第149页。

② 可参见贝拉·弗格拉希著、刘丕坤译：《逻辑学》，三联书店 1979年版，第317页；金岳霖主编：《形式逻辑》，人民出版社1979年版，第225页；教育部组编：《自然辩证法讲义》，人民教育出版社1979年版，第299页。

③《哲学研究》编辑部编：《科学方法论文集》，湖北人民出版社 1981年版，第116页。

④⑤ 恩格斯：《自然辩证法》，人民出版社 1961年版，第1、47页。

⑥ W. I. B·贝弗里奇：《科学研究的艺术》，科学出版社 1983年版，第98页。

⑦《毛泽东著作选读》（上册），人民出版社 1986年版，第122页。

（本文责任编辑 郑传寅）

（上接第18页）

命题变项之前 。(2) 根据定理 $ZZA \leftrightarrow Z\neg A$，将并非出现在否定词序列最前边的"$\neg$"置换为Z。这样在任何否定词序列中，"$\neg$"或者不出现，或者出现在最前边。(3) 其余与求经典合取范式的步骤相同。证毕。

[定理8]（系统Z语义完全性定理）在系统Z中，一切永真式都是可证的。

证明：设R为一永真式，故有一Z合取范式R′也是永真式并且与R常可互推（定理7）。由于R′是永真式的Z合取范式，所以R′在系统Z中可证（定理6）。由于从R′可推得R，故R在系统Z中也可证。证毕。

参 考 文 献

1. 请见张金成《对辩证逻辑形式化的研究》，《武汉大学学报》1992年第6期。
2. A. Arruda, A survey of paraconsistent logic, in Mathematical logic in latin America. 1980, PP. 1—41.
3. N. da Costa and R. Wolf, Studies in paraconsistent logic I: The Dialectical Principle of the Unity of Opposites, in Philosophia, Vol. 9, 1980, PP189—217.
4. 桂起权：《次协调逻辑—辩证逻辑形式化的阶梯》，《武汉大学学报》1989年第6期。

（本文责任编辑 郑传寅）